

分类号

密级

U D C

编号 10486

武汉大学

硕士学位论文

基于车轮安装惯性测量单元的车载
组合导航

研究生姓名：陈映秋

学号：2016206180004

指导教师姓名、职称：刘经南 教授
牛小骥 教授

专业名称：电路与系统

研究方向：组合导航

二〇一九年四月

Navigation using the Wheel Mounted MEMS-IMU

By
Yingqiu chen

**Supervised by Prof. JingNan Liu
Prof. XiaoJi Niu**



**Wuhan University
Wuhan, 430079, P. R. China
April, 2019**

论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的研究成果。除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者（签名）：

年 月 日

摘要

在车载导航和轮式机器人等民用定位场景，微电子机械系统惯性测量单元(MEMS-IMU)得到了广泛地应用，且已经成为必不可少的导航手段之一。特别是，在基于航位推算(Dead-Reckoning)的自主式车辆导航定位技术中，由MEMS-IMU构成的惯性导航系统(INS)作为主导航系统，发挥着无可取代的作用。然而，MEMS-IMU因精度低且温度敏感性大，以及传统安装方式通常存在航向角不可观等原因，存在定位误差迅速累积的问题。为了降低其误差累计以提升系统导航性能，本文设计并验证了一套将MEMS-IMU安装在载体车轮中心的轮式载体导航方案。

首先，将一个MEMS-IMU固定在车轮中心，并使其与车轮进行同轴旋转，利用其做周期旋转的运动特性，提取出运动速度信息，结合运动约束构造了三维速度观测信息，从而改善系统的导航定位精度。该方案从安装方式和算法设计层面取代了对里程计传感器的依赖。基于轮式机器人测试平台的实测结果表明，该方案的平面定位误差比传统安装MEMS-IMU的导航方案降低了58.53%（均方根误差），比传统MEMS-IMU和里程计组合导航方案降低了29.67%（均方根误差）。

然后，由于一个MEMS-IMU安装位置（车轮中心）的特殊性，使用场景存在一定的局限性，只适用于无坡度的平面环境内，如室内环境。为了使MEMS-IMU车轮安装方案更具有通用性，本文进一步将本方案改进和完善，提出使用多个MEMS-IMU构建多系统组合定位方案。通过将多个MEMS-IMU安装在不同位置的设置，使定位系统能够适用于复杂的路面，同时利用多IMU的安装位置关系构建约束算法，定位精度得到进一步的提升。基于轮式机器人测试平台的实测结果表明，该多MEMS-IMU组合定位方案的平面定位误差（均方根误差）相比于单MEMS-IMU的导航方案降低了78.29%。

关键词：微机械惯导(MEMS-IMU)；虚拟里程计；扩展卡尔曼滤波；车轮安装

Abstract

In civil positioning scenes such as car navigation and wheeled robots, the microelectromechanical system inertial measurement unit (MEMS-IMU) has been widely used and has become one of the essential navigation methods. In particular, in the autonomous vehicle navigation and positioning technology based on Dead-Reckoning, the inertial navigation system (INS) composed of MEMS-IMU plays an irreplaceable role as the main navigation system. However, MEMS-IMU has a problem of rapid accumulation of positioning errors due to its low precision and high temperature sensitivity, as well as the conventional installation method, which often has an inadvertent heading angle. In order to reduce the error accumulation to improve the navigation performance of the system, this paper designs and verifies a wheeled vehicle navigation scheme that installs the MEMS-IMU in the center of the vehicle wheel.

First of all, a MEMS-IMU is fixed at the center of the wheel and rotated coaxially with the wheel. The motion characteristics of the periodic rotation are used to extract the motion velocity information, and the three-dimensional velocity observation information is constructed in combination with the motion constraint, thereby improving the positioning accuracy of the navigation system. The solution replaces the reliance on odometer sensors from the installation and algorithm design levels. The measured results based on the wheeled robot test platform show that the planar positioning error of this scheme is reduced by 58.53% (RMS) compared with the traditional MEMS-IMU navigation scheme, and by 29.67% (RMS) compared with the traditional MEMS-IMU and odometer integrated navigation scheme.

Then, due to the particularity of a MEMS-IMU installation location (wheel center), the usage scenario has certain limitations and is only applicable to a flat environment without slope, such as an indoor environment. In order to make the wheel mounted MEMS-IMU navigation with more versatile, this paper further improves and perfects this scheme, and proposes to build a multi-system combined positioning scheme using multiple MEMS-IMUs. By installing multiple MEMS-IMUs in different positions, the positioning system can be applied to complex road surfaces, and the constraint algorithm is constructed by using the installation position relationship of multiple IMUs, and the positioning accuracy is further improved. The measured results based on the wheeled robot test platform show that the planar positioning error (RMS) of the multi-MEMS-IMU combined positioning scheme is reduced by 72.76% compared with the single MEMS-IMU navigation scheme.

Key words: MEMS-IMU; velocity information; rotate; Extended Kalman filtering; wheel-mounted

目 录

摘 要	I
Abstract	II
1 绪论 1	
1.1 选题背景和意义.....	1
1.2 国内外研究现状及发展趋势.....	3
1.3 本文主要研究内容.....	4
1.3.1 研究目标.....	5
1.3.2 研究内容.....	5
2 捷联惯性导航及组合导航技术基础	7
2.1 引言.....	7
2.2 常用坐标系及转换关系.....	7
2.3 姿态表达式及转换关系.....	10
2.4 捷联惯导的机械编排.....	13
2.4.1 速度更新算法.....	14
2.4.2 位置更新算法.....	15
2.4.3 姿态更新算法.....	15
2.5 惯性传感器误差.....	16
2.5.1 确定性误差.....	17
2.5.2 随机性误差.....	18
2.6 卡尔曼滤波基础.....	18
3 基于车轮安装单个 MEMS-IMU 的导航算法	21
3.1 引言.....	21
3.2 车轮安装 MEMS-IMU 的方案设计.....	22
3.3 车轮安装 MEMS-IMU 的数据融合算法.....	23
3.3.1 系统误差模型.....	24
3.3.2 观测值误差模型.....	25
3.4 本章小结.....	29
4 基于多个 MEMS-IMU 的组合导航算法	31
4.1 引言.....	31
4.2 基于两个 MEMS-IMU 的组合导航.....	31
4.3 基于三个 MEMS-IMU 的组合导航.....	33
4.4 本章小结.....	36
5 实验及结果分析	37

5.1 引言	37
5.2 基于单个 MEMS-IMU 的测试及结果分析	37
5.2.1 测试描述	37
5.2.2 结果分析	38
5.3 基于多个 MEMS-IMU 的测试及结果分析	43
5.3.1 测试描述	43
5.3.2 结果分析	44
5.4 本章小结	50
6 总结与展望	51
6.1 论文总结	51
6.2 工作展望	51
参考文献	53
致 谢	55

1 绪论

1.1 选题背景和意义

近年来,随着国民经济、网络技术、控制技术以及各类导航系统的快速发展,加之汽车大范围的普及,导航定位技术也越来越广泛的应用于商业民用领域,并在车辆产品中得到应用并且愈来愈普及化。如今的车辆在发挥传统意义上的交通代步工具、运载工具的功能之外,还发展成为现代互联网的延伸产品,同时具有通信、多媒体、人机交互等能力,在车辆应用领域中导航定位技术所涉及方面十分广泛,例如车辆地图测绘、无人驾驶、快递机器人、智能驾考等。因此对车辆导航信息的精确性、可靠性、实时性都有了一定的要求。

所谓导航,即是指获取载体在某一参考系中的位置、速度、姿态等信息,并利用以上信息将载体引导到目标位置的技术或方法[1]。航位推算(Dead-Reckoning)是常用的一种自主式车辆导航定位技术,分别利用距离传感器和方向传感器获得车辆行驶的距离与方位角,由此可以推算出车辆的位置,此技术能够在短时间内保相对较高的精度,不受外界影响。航位推算又可称为相对定位,它能给出载体相对于给定初始位置的定向定位信息,但使用航位推算所得的定位误差会随着推算过程而增大。此时若利用数据融合算法将航位推算与其他定位信息相结合,则能够弥补各自定位过程中的不足。

全球卫星导航定位系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)以及惯性导航系统(Inertial Navigation System, INS)以其良好的优势互补特性成为一种最佳的组合导航方式,弥补了单一导航系统存在的不足,被广泛关注和使用。目前GPS在全球导航领域占据了垄断地位[2,3],我国的第二代北斗卫星导航系统与2004年开始建设,并于2007年成功将第一颗中轨卫星Compass M-1送入预定轨道[4],B1信号的接口文件ICD在2012年12月27日发布,这标志着我说北斗系统进入了试运营阶段,北斗从而具备了区域导航定位能力,因此由中国自主研发的北斗系统成为继美国的GPS、俄罗斯的GLONASS之后世界上第三个比较完备的卫星导航系统[5]。GNSS通过无线信号测量卫星到用户的距离,使用距离交会的方法确定用户的位置,能够为用户提供全球性、全天候、全时段的高精度实时定位。然而,无线信号从卫星到达用户会经过一段非常复杂的路径,容易受到外部环境的影响。在一些复杂的环境,例如在树木繁多的森林区域,高楼耸立的城市峡谷区域,复杂的多层高架桥区域,以及隧道或室内环境等封闭区域,卫星信号因受到严重遮挡,无法提供准确、连续的定位服务。另一方面,GNSS还存在数据更新率低、短期内的定位噪声较大的缺点。

惯性导航系统(INS)则具有更新频率高的特点,同时也具备了实时性强、抗干扰、

不受气象条件限制等优点。但由于惯性器件的自身误差造成系统定位误差会随时间不断累积,导致其有长时间导航精度低的缺点。目前主流的做法是将误差不随时间积累的卫星导航定位系统(GNSS)作为定位精度控制手段[6],与INS进行组合导航定位,使用卡尔曼滤波对系统状态量进行最优估计,充分利用多系统相互之间的互补特性,既充分发挥惯导的自主推算能力又可以控制导航误差不随时间累积[1, 7]。

惯性导航最初主要应用于军事、航空航天等国防安全相关的行业,并得到了广泛的应用和发展。之所以民用领域应用较少,主要原因之一是传统的惯性器件体积大、维护程序繁琐且费用高等缺点,另外也因为高精度的惯导涉及到国家安全问题,国家对该项技术控制的较严重。近年来,随着微电子机械系统惯性测量单元(MEMS-IMU)的迅速发展[8, 9],加之微机械陀螺技术的突破和产品化[10-12],使得成本与体积极小的陀螺仪和加速度计芯片大量出现,其在成本、体积和功耗等方面极大满足了民用领域导航的需求,与此同时基于MEMS器件的惯性导航系统在消费类电子产品中也有所应用。

主流的INS/GNSS组合方式利用卡尔曼滤波,将GNSS信息与INS信息有效地融合起来,对单一系统各自的缺点进行互补,卫星导航作为辅助系统能够周期性的为惯性导航系统提供修正信息,协同作用完成导航定位,提高系统的导航性能,在高动态状态下或者GNSS信号载噪比较小时性能提升的更为明显[13],另一方面,惯性导航系统也能在一定程度上弥补卫星导航系统易受环境干扰的缺点。经过几十年的发展,INS/GNSS组合导航系统的基础理论研究日趋完善,且在军事、民用领域都得到广泛应用。

但是通常用作提供GNSS信号的GPS由美国政府控制,不能完全依靠,且在上文中提到的特殊地带,也会接收不到GPS信号,此时GPS不可用,这导致惯性导航系统的误差随时间积累但得不到校正,系统精度将会随之迅速降低。因此常使用其它的导航传感器辅助惯性导航系统以提高系统在GNSS信号无效时的导航精度。由于里程计的优点主要体现在自主性强、误差不随时间发散等方面,在纯惯性导航系统中融入里程计的测量信息,能够在一定程度上减缓惯导系统误差的发散速度且不影响系统的自主性,因此利用里程计信息来提高惯导系统的导航性能已经成为研究热点[14]。而在GNSS失效的室内环境中,惯导系统的辅助信息则完全由外部传感器(例如激光雷达、视觉里程计等)提供。

在上述的两种情况中都需要增加额外的传感器,在一定程度上增加了系统的复杂性和成本,限制该方法的应用。旋转调制技术是指当惯导的惯性传感器组合(ISA)做周期性的旋转时,垂直于旋转轴方向的陀螺和加速度计零偏引起的导航误差可以得到有效抑制,从而使惯性器件误差在短时间内的均值尽量接近于零,以此来减小系统误差累计,提高导航精度[15]。但是,对转台的依赖也限制了旋转调制方案在低成本车载导航中的应用。受此启发,考虑将惯性导航器件的工作机理与载体的运动特性相结合,通过改变惯性导航器件的安装方式,为组合导航系统提供里程辅助信息,而不再需要加装额外的

传感器，以此降低系统复杂程度和成本，此研究因此具有较大的实用性与实用价值。

1.2 国内外研究现状及发展趋势

航位推算 (Dead-Reckoning) 是常用的一种自主式车辆导航定位技术[16]，分别利用距离传感器和方向传感器获得车辆行驶的距离与方位角，由此可以推算出车辆的位置，给出载体相对于给定初始位置。常用于航位推算的定位技术可以概括为两大类：非协作式定位以及协作式定位。其中非协作式定位常用的传感器包括：激光雷达、激光扫描仪、视觉以及 TOF 摄像机；协作式定位通常包括：基于转发器的测距（根据射频信号直接估算相对距离）和基于 GNSS 的相对定位（与位置相关的信息由 GNSS 测得并通过通信方式发送传递，包括 GNSS 解算得到的位置和原始的 GNSS 信息，例如伪距信息）。航位推算技术运用于短时间内的导航定位时能保持相对较高的精度，不受外界影响，但所得的定位误差会随着推算过程而增大，利用数据融合算法将航位推算与其他定位信息相结合，则能够弥补各自定位的不足。而轮式车辆在室外环境中，多采用以 INS 作为主导航系统，GNSS 作为辅助系统的 GNSS/INS 组合导航系统[6]。

全球卫星导航系统在不断地发展，GNSS/INS 组合导航系统也经历了几十年的发展过程，早在 1979 年，有学者就分析了全球卫星导航系统和惯性导航系统各自的优缺点，认为这两个系统具有一定的互补性，并且提出了 GNSS/INS 组合导航的基本概念[6]。1985 年，Neilson J.T.设计出了 GPS/INS 组合导航 Kalman 滤波，并且在 T-33 喷气式飞机上进行了实验验证，实现了空中动态对准，完成了在线估计惯导传感器误差[17]。在 GNSS 信号无法正常使用的情况下，GNSS/INS 组合导航系统就会退化到纯 INS，依然存在定位误差随时间快速发散，从而造成系统定位精度无法满足用户需求的问题。为了解决上述问题，研究工作者针对应用场景的运动特点提出了很多解决方案。比如陆地车辆运动场景，利用轮速编码器观测车辆前进或者后退的速度，同时结合车辆运动约束构造速度观测量，该方案能够大幅度地降低 INS 定位误差累积的速度。另外，车辆并不会一直都在行驶，很多方案通过检测到用户是否处于静止状态，从而构造零速度向量修正 INS 的速度误差发散。2001 年，Eun-Hwan Shin 博士将车辆运动约束（即非完整性约束）构造的虚拟速度观测值作为量测更新加入到滤波中，从而控制纯 INS 的速度误差。实验结果显示，在 GNSS 信号中断一段时间（20min）时，非完整性约束能够有效地将系统的水平定位误差控制在 40 米以内。即使在不增加其他传感器的情况下，通过合理地设计算法也能够利用低精度惯导维持超过 10min 的导航定位[18]。另外，当载体处于静止状态时，MEMS-IMU 因器件本身误差较大的原因，定位误差迅速累积。针对这种情况，2005 年 Shin 博士通过检测载体的静止状态时段，然后构造零速度和零航向变化的虚拟观测值，使用零速修正 (Zero update position technology, ZUPT) 和航向锁定 (zero integrated

heading rate, ZIHR) 有效地控制 INS 的速度误差和航向误差[19]。另外一个典型的应用场景, 比如行人导航, 充分利用行人脚踩地面时速度近似为零这一先验信息用作运动约束条件加入组合导航中, 从而使 MEMS-IMU 用于行人导航成为了现实[20, 21]。

近年来, 随着视觉技术的发展, 基于扩展卡尔曼滤波的视觉 SLAM 技术得以广泛应用, 尤其在无人驾驶, 航空航天以及室内环境的机器人定位中[22]。SLAM 常用的传感器有: 红外传感器(适用于较近距离的感应), 激光雷达、深度传感器, 单目、双目、多目摄像头等等具有感知能力的传感器[23]。视觉 SLAM 方法的基本原理是, 利用相邻两帧图像的变化推算载体的相对位置变化, 能够基于低廉的摄像头达到较高精度惯性传感器的导航定位精度水平[24]。然而, 该方法受到导航环境的影响, 导航定位的性能严重依赖于周围环境的自然纹理或载体运动速度, 纹理缺失或者载体运动速度过快时, 系统将无法持续跟踪以至于无法正常工作。而 MEMS-IMU 不受导航环境的影响, 同时不适用于运动速度较慢的场景。基于上述两个系统的特性, 视觉 SLAM 方法与 MEMS-IMU 惯性导航算是某种意义上的互补, 比如在视觉 SLAM 不工作或者载体运动速度较大时, 使用 MEMS-IMU 短时间内仍然保证系统的正常工作; 而在运动速度很缓慢的时候, 视觉 SLAM 能够很好地跟踪目标, 从而避免了 MEMS-IMU 定位误差迅速累积的现象[25]。

在现有的研究中, 将 IMU 用作里程计的非常之少, 经过文献调研, IMU 里程计的研究仅限于将 IMU 安装在车轮上, 具体位置并未做严格要求, 利用陀螺仪的单轴输出以及加速度计的两轴输出基于 EKF 实现了轮式里程计[26]。因此将多个 IMU 安装在车辆上, 利用位置等约束, 构成多系统, 实现定位功能, 可应用于更多场景中, 具有较高的研究价值。

1.3 本文主要研究内容

受旋转调制技术的启发, 本文提出一套基于低成本 MEMS-IMU 的车轮安装导航方案, 利用传统的 INS 机械编排算法, 通过垂直于旋转轴的陀螺角速度输出结合车轮半径实时地获得精准的车体前向速度, 取代对物理里程计传感器的依赖, 从软件层面达到 INS/ODO (Odometer) 组合导航定位的性能, 从而节约成本, 因此尤其适用低成本车载导航应用。此外, 还可利用车轮的周期性旋转特性, 有效地降低陀螺零偏引起的位置误差。相对于传统安装方式的 INS/ODO 组合导航, 具有成本更低、精度更高以及结构更简单的优势。

本研究的目的是利用 IMU 最基本的角速度测量能力获得实时准确的里程速度。一方面, 增强单个 IMU 的自主推算能力, 实现无里程计传感器条件下的 INS/ODO 组合导航; 另一方面, 构建多 IMU 的自主推算系统, 进一步提升系统自主推算能力, 增强系

统的适用场景。将多个 MEMS-IMU 模块安装在车身及车轮中心，其中车轮上的模块随车轮做周期旋转运动，类似于对 MEMS 惯导模块实时地进行旋转调制，有效地减弱陀螺零偏对惯导定位误差的影响，使其在水平定位精度上得到改善；同时能够由单个模块同时提供惯导原始数据和里程计信息（即车轮运动速度），在提高定位精度的前提下降低设备成本和复杂度。

1.3.1 研究目标

本文的研究目标主要分为两个部分：首先，增强单个 IMU 的自主推算能力，从而实现无里程计传感器条件下的 INS/ODO 组合导航；其次，构建多 IMU 的自主推算系统，进一步提升系统自主推算能力，增强系统的稳定性，使其适用场景更加广泛。

1.3.2 研究内容

- 1) 针对现有 INS/GNSS 车载组合导航使用里程计信息辅助的方法中，在 GNSS 信号接收受阻时，由于 MEMS-IMU 本身性能的原因，导航性能会急剧下降的现状，提出了一套基于车轮安装惯性测量单元的车载组合导航算法，通过将 MEMS-IMU 安装在车轮中心的方法，实时观测车轮旋转速度，结合车轮半径实时地获得精准的车体运动速度，取代对物理 ODR 传感器的依赖，综合多种运动信息构造卡尔曼滤波量测方程，从而实现无里程计传感器条件下的 INS/ODO 组合导航；
- 2) 为增强系统的自主推算能力与稳定性，在实现单系统车轮安装惯性测量单元的车载组合导航的基础上，增加 MEMS-IMU 的安装位置，构建多 IMU 自主推算系统，对单系统的俯仰角进行补偿，并利用多系统之间的位置约束进一步提升系统的自主推算能力以及稳定性，从而使本文提出的车轮安装方案使用场景更加广泛。

本文后续章节安排，具体如下：

第二章为捷联惯性导航与组合导航技术的基础，简要介绍了惯性导航的常用坐标系及其之间的转换关系、姿态的表达形式及转换关系、基于四元数的二子样捷联惯导机械编排算法、传感器误差、以及组合导航中扩展卡尔曼滤波的基础知识；

第三章具体阐述了单系统车轮安装 MEMS-IMU 的算法研究，首先描述了由单个 MEMS-IMU 构成的单系统车轮安装方案的具体安装方式，其次描述了导航算法的具体实现方法，包括误差模型以及车辆约束；

第四章具体阐述了多系统车轮安装 MEMS-IMU 的算法研究，在第三章的基础上，首先概括了由两个 MEMS-IMU 构成的双系统以及三个 MEMS-IMU 构成的多系统车轮安装方案的具体安装方案，其次描述算法流程，以及各系统中可利用信息的提取；

第五章测试与对比，利用第三章与第四章中提出的不同系统以及其安装方案，分别展开测试实验，利用参考值将单系统安装算法与常见处理方案进行精度比较，并将多系统方案算法与单系统之间进行精度对比；

第六章是对本文研究的总结以及对后期工作的展望,首先总结了本文方案的研究成果,其次指出本文研究中存在的不足之处,并针对不足之处对下一步研究工作进行展望。

2 捷联惯性导航及组合导航技术基础

2.1 引言

惯性导航系统（INS）建立的理论基础是牛顿经典力学，敏感器件包括三轴陀螺和三轴加速度计，在载体导航起始点位置信息已知的条件下，对陀螺测得载体角速率和加速度计输出的载体加速度进行积分，得到载体每一时刻的位置、速度以及姿态信息。惯导系统分为平台式以及捷联式惯导系统。其中的平台式惯导系统利用物理平台模拟导航坐标系，捷联式惯导系统则利用数学算法确定导航。平台式惯导的精度较高，但其重量体积大，结构较为复杂、价格昂贵，陀螺批量制造技术日趋成熟，传统的平台式惯导系统逐渐被捷联惯导所取代。捷联惯导系统具有自主性强、动态性能稳定、输出频率高且导航信息全面的优点，捷联惯导系统的缺点在于其误差随时间不断累积，导航精度随时间增长而降低。因此，捷联惯导系统常需要和其他导航系统组合进行组合导航[27]。

本章主要介绍捷联惯性导航基础知识和组合导航的相关内容：导航过程中常用的坐标系，姿态表达式及转换关系，捷联惯性导航的机械编排算法，组合导航中常用的经典卡尔曼滤波算法。

2.2 常用坐标系及转换关系

导航是一个多坐标系问题，描述运动参数时必须指明是相对于哪个参考系，否则没有意义。此外，还需要明确不同坐标系之间的相对关系[28]。下面依次介绍本文中用到的几种主要坐标系及其相互转换关系。

1) 地心惯性坐标系（i系）

惯性坐标系（Inertial Frame）是一种理想的参考坐标系，基本特点是相对于宇宙的其他部分而言没有加速度和转动，记作 i 系。而现实中并不存在这种理想参考坐标系，通常用地心惯性坐标系来近似。 i 系原点位于地球质心， z 轴平行于地球自转轴且指向北极点（真北，而非磁北）， x 轴指向平均春分点， y 轴位于赤道平面中与 x 轴和 z 轴符合右手坐标系。

2) 地球坐标系（又称地心地固坐标系，e系）

地心地固坐标系（Earth-Centered Earth-Fixed Frame）随地球旋转，通常用于描述地球表面上的物体位置。该坐标系是一种笛卡儿坐标系，以地心为坐标原点的地固坐标系通常简称地球坐标系，记为 e 系。 e 系与地球固联，原点在地球质心， x 轴向指向本初

子午线与赤道的交点，平行于地球自转轴并指向北极点， z 轴与地球自转轴方向一致， y 轴与 x 、 z 轴分别正交构成右手坐标系。

3) 导航坐标系 (n系)

导航坐标系又称为本地水平坐标系，记为 n 系，是一种定义在当地水平基准面的当地地理正交坐标系。在惯导解算中 n 系为参考坐标系，东-北-天 (E-N-U) 和北-东-地 (N-E-D) 是最主流的两种使用形式，本文中选北-东-地 (N-E-D) 形式的当地地理坐标系作为导航坐标系。其原点为当前位置在参考椭球面的投影； x 轴平行于子午线，指向北极点为正； y 轴平行于地球赤道，指向东为正； z 轴垂直于参考椭球面，与 x 轴和 y 轴构成右手坐标系。

4) 导航计算坐标系 (c系)

导航计算坐标系是经由惯导机械编排后所确定认为的导航坐标系，记为 c 系。在导航计算中误差是不可避免的，因此导航计算坐标系 (c 系) 与真实的导航坐标系 (n 系) 间会存在一个等效误差旋转矢量 $\delta\theta$ [29]，如下所示

$$\delta\theta = \begin{bmatrix} \delta\lambda \cos\varphi \\ -\delta\varphi \\ -\delta\lambda \sin\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta r_E / (R_N + h) \\ -\delta r_N / (R_M + h) \\ -\delta r_E \tan\varphi / (R_N + h) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

其中， $\delta\varphi$ 、 $\delta\lambda$ 分别表示纬度误差、经度误差， δr_N 、 δr_E 分别表示北向位置误差、东向位置误差。真实的 n 系到 c 系的方向余弦矩阵可写为

$$\mathbf{C}_n^c = \mathbf{I} - \delta\theta \times \quad (2.2)$$

$$\delta\theta \times = \begin{bmatrix} 0 & -\delta\theta_z & \delta\theta_y \\ \delta\theta_z & 0 & -\delta\theta_x \\ -\delta\theta_y & \delta\theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

其中， $(\cdot)\times$ 为反对称阵，具有 $(\mathbf{v}\times)^T = -(\mathbf{v}\times)$ 的特性。

因此，真实的导航坐标系 n 系相对于地心地固坐标系 e 系实际则为 c 系相对于 e 系的姿态，存在如下关系式

$$\hat{\mathbf{C}}_n^e = \mathbf{C}_c^e \Leftrightarrow \hat{\mathbf{q}}_n^e = \mathbf{q}_c^e \quad (2.4)$$

其中 \mathbf{C}_c^e 和 \mathbf{q}_c^e 分别表示对应的姿态方向余弦矩阵和四元数 (详见下节)， $\hat{\mathbf{C}}_n^e$ 和 $\hat{\mathbf{q}}_n^e$ 分别表示其计算值。

5) 载体坐标系 (v系)

载体坐标系通常指与运载体 (本文指车体) 固联的参考坐标系，记为 v 系。原点通常为载体等效质心， x 轴平行于载体前进方向并指向正前方，载体右方即为 y 轴的方向

指向，z 轴指向载体正下方，从而构成前-右-下的正交右手坐标系。通常情况下，我们可以认为载体坐标系的坐标轴指向与传感器坐标系一致，但在考虑非完整性约束时需要明确区分传感器坐标系与车体坐标系。v 系的方向定义如图 2.1 中所示，其相对于导航坐标系的转动状态可以由航向角、俯仰角、横滚角按照一定的顺序共同来确定。

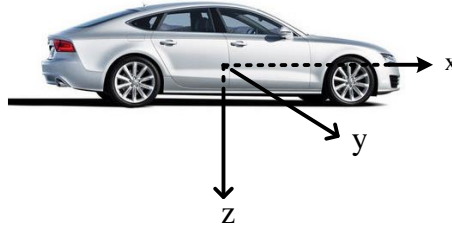


图 2-1 载体坐标系

6) 安装平台坐标系 (b系)

安装平台坐标系是描述惯性传感器敏感轴的坐标系，记为 b 系，与惯性传感器固联。在多数情况下，传感器位于安装平台上且由传感器敏感轴构成的坐标系与平台坐标系之间的安装角很小，因此在这种情况下可以认为安装平台坐标系 (b 系) 与传感器坐标系重合。原点位于传感器测量中心，三轴平行于惯性传感器的敏感轴，构成右手坐标系，本文采用前右下的形式。在第三章中认为 b 系为惯导器件坐标系。

7) 平台坐标系 (p系)

在载体所在的经度和纬度确定后，导航坐标系 (n 系) 随即可以确定。在实际的惯导机械编排中误差是不可避免的，此时得到的位置信息由于误差的存在并非载体的真实位置，因此，我们引入一个数学平台代替实体平台的坐标系，用来描述导航推算过程中实际的导航坐标系 (n 系)，记为 p 系。这个数学平台是通过计算得到的，它与真实的 n 系存在姿态偏差，分别用等效旋转矢量 ψ 和 ϕ 描述。

$$\mathbf{C}_c^p = \mathbf{I} - \psi \times \quad (2.5)$$

$$\mathbf{C}_n^p = \mathbf{I} - \phi \times \quad (2.6)$$

p 系与 c 系和真 n 系之间的相互关系如图 2-2 所示[29]。

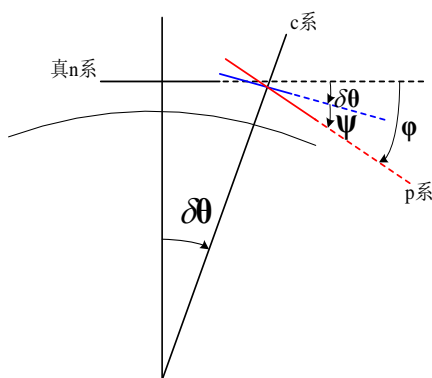


图 2-2 p系、真n系、c系之间的相互关系

导航推算得到的 b 系相对于真 n 系的姿态实则为 b 系相对于 p 系的姿态，存在如下关系式

$$\hat{C}_b^n = C_b^p = C_n^p C_b^n \quad (2.7)$$

其中， \hat{C}_b^n 表示计算值， C_b^n 表示真值。

下图，图 2-3 展示了 i 系、e 系、n 系之间的相互关系。各坐标系的轴线由 X、Y 和 Z 分别表示，上标对应各参考坐标系，运载体的导航位置纬、经度分别用 φ 和 λ 来表示。

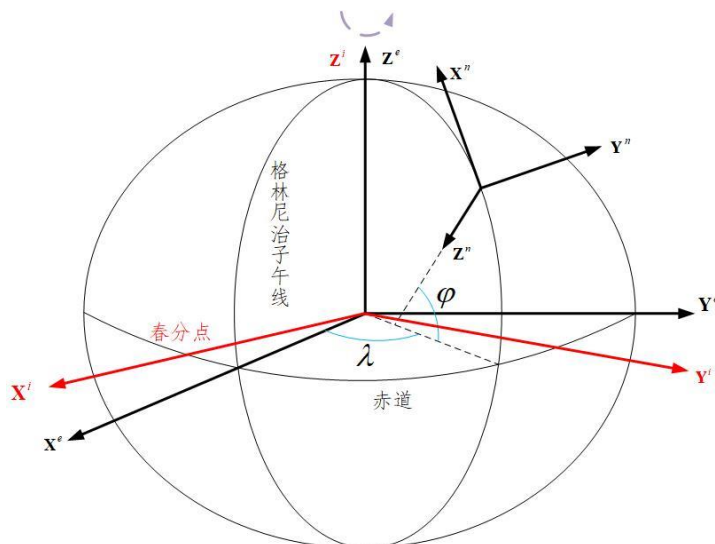


图 2-3 参考坐标系示意图

2.3 姿态表达式及转换关系

捷联惯导系统的解算涉及姿态、速度和位置的计算，其中，对导航精度影响最大的是姿态信息，姿态表达式主要用来描述两个坐标系间的相对方向关系[30]。其中，欧拉角、方向余弦矩阵、姿态四元数和等效旋转矢量是惯性导航中最常使用的四种基本表达式。它是算法研究和设计的核心，而姿态对准则是研究初始对准问题的重中之重。本节主要叙述以上四种基本表达式的基本特性以及相互转换关系，更详细地叙述可参考文献

[28, 30-32]。

1) 欧拉角

欧拉角可以直观的描述由一个坐标系转换到参考坐标系的运动。在三维欧氏空间里,任何两个正交坐标系都可以用坐标变换把它们联系起来,而坐标变换又可以用坐标旋转来得到,一个动坐标系相对参考坐标系的方位,可以完全由动坐标系依次绕三个不同的转轴的转角来确定。因为姿态旋转的不可交换性,我们需要明确旋转顺序,从而使不同的欧拉角序列对应不同的转换顺序。我们规定由当地导航坐标系(n系)旋转到传感器坐标系(b系)的旋转顺序为:1)先绕n系的z轴转动的一个角度为航向角,并得到过渡坐标系 n' ;2)再绕 n' 系的y轴转动一个角度,即为俯仰角,并得到过渡坐标系 n'' ;3)最后绕 n'' 系的x轴转动一个角度,即为横滚角。对俯仰角范围一般有如下限定: $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$,而当俯仰角为 $\pm 90^\circ$ 时,横滚角和航向角将无法由欧拉角描述(即欧拉角奇异值的问题),因此姿态更新很少用欧拉角来表示。基于上述三个欧拉角可唯一确定b系相对于n系的相对方向姿态。欧拉角微分方程如下式所示[31]

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{nb,x}^b \\ \omega_{nb,y}^b \\ \omega_{nb,z}^b \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中, ϕ 、 θ 、 ψ 分别对应横滚、俯仰、航向角。

2) 方向余弦矩阵

方向余弦矩阵(Direction Cosine Matrix)又被成为“坐标转换矩阵”,常用于将矢量的投影从一个坐标系变换到另一坐标系中,是一个 3×3 的矩阵。若用a表示当前坐标系,b表示目标坐标系,则将任一矢量从a坐标系转换到b坐标系的方向余弦矩阵可以用符号 C_a^b 来表示。

方向余弦矩阵具有以下特性:

$$\mathbf{v}^b = C_a^b \mathbf{v}^a \quad (2.9)$$

$$(\mathbf{v}^b \times) = C_a^b (\mathbf{v}^a \times) C_b^a \quad (2.10)$$

$$C_a^c = C_b^c C_a^b \quad (2.11)$$

$$C_a^b = (C_b^a)^T = (C_b^a)^{-1} \quad (2.12)$$

$$\det(C_a^b) = 1 \quad (2.13)$$

(v为空间内任意一个三维向量)。

传感器坐标系(b系)相对于当地导航坐标系(n系)的方向余弦矩阵与欧拉角具有如下转换关系[30]

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

方向余弦矩阵微分方程如下式所示

$$\dot{\mathbf{C}}_b^n = \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times) = \mathbf{C}_b^n (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) - (\boldsymbol{\omega}_{in}^n \times) \mathbf{C}_b^n \quad (2.15)$$

3) 姿态四元数

姿态四元数 (quaternion) 是一个四参数的表达式 (用符号 \mathbf{q} 表示), 用于描述刚体转动中的矢量方向和转动大小:

$$\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T \quad (2.16)$$

其中, q_0 表示转动的幅度大小, q_1 、 q_2 、 q_3 表示转动的矢量部分。

四元数可表示为等效旋转矢量的函数 (Savage, 2000)

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \cos(0.5\|\phi\|) \\ \frac{\sin(0.5\|\phi\|)}{0.5\|\phi\|} \mathbf{0.5}\phi \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

因此, 可用四元数的函数表示式(2.14)中的方向余弦阵:

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

用矩阵形式, 四元数满足交换律和结合, 不满足交换律。有如下的乘法规则:

$$\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_0 & -p_1 & -p_2 & -p_3 \\ p_1 & p_0 & -p_3 & p_2 \\ p_2 & p_3 & p_0 & -p_1 \\ p_3 & -p_2 & p_1 & p_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{p}]^+ \mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & q_3 & -q_2 \\ q_2 & -q_3 & q_0 & q_1 \\ q_3 & q_2 & -q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{q}]^- \mathbf{p} \quad (2.19)$$

若令 $\mathbf{p}_v = [p_1 \ p_2 \ p_3]^T$, 则式(2.19)还可以写成

$$\mathbf{p} \otimes \mathbf{q} = \begin{bmatrix} p_0 & -\mathbf{p}_v^T \\ \mathbf{p}_v & p_0 \mathbf{I} + (\mathbf{p}_v \times) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 & -\mathbf{q}_v^T \\ \mathbf{q}_v & q_0 \mathbf{I} - (\mathbf{q}_v \times) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ \mathbf{p}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 q_0 - \mathbf{p}_v^T \mathbf{q}_v \\ q_0 \mathbf{p}_v + p_0 \mathbf{q}_v + \mathbf{p}_v \times \mathbf{q}_v \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

其中,

$$[\mathbf{p}]^+ = \begin{bmatrix} p_0 & -\mathbf{p}_v^T \\ \mathbf{p}_v & p_0 \mathbf{I} + (\mathbf{p}_v \times) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$[\mathbf{q}]^- = \begin{bmatrix} q_0 & -\mathbf{q}_v^T \\ \mathbf{q}_v & q_0 \mathbf{I} - (\mathbf{q}_v \times) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

姿态四元数微分方程如下式所示

$$\dot{\mathbf{q}}_b^n = \frac{1}{2} \mathbf{q}_b^n \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega}_{nb}^b \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathbf{W} \mathbf{q}_b^n \quad (2.23)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

四元数表达形式虽然比较抽象，但与方向余弦阵（DCM）相比，就显得更为简洁且易于操作。四元数对于不可交换误差的补偿程度不够，在高动态姿态解算中的算法漂移会十分严重[27]。

4) 等效旋转矢量

力学中刚体的有限次转动其顺序是不可交换的，这种不可交换的特性决定了转动不是矢量，即两次以上的不同轴转动不能相加[33]。一个角速度矢量的空间方向会随时间变化，因此对其进行积分是没有意义的。与四元数理论类似：一个坐标系到另一个坐标系的变换可以通过多次的转动来完成（欧拉角法），也可以通过绕一个矢量（指定参考坐标系中）的进行单次转动来实现。

等效旋转矢量（Rotation Vector）是一个三元素的向量，旋转矢量的方向给出了转动轴的方向，旋转矢量的模为转动角度的大小，转动符合右手旋转定则，用符号 ϕ 表示。一般转动角度的取值限定在 $0 \leq \phi < 2\pi$ 的范围内。等效旋转矢量和方向余弦阵之间存在如下式的对应关系：

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{I} + \frac{\sin \|\phi\|}{\|\phi\|} (\phi \times) + \frac{1 - \cos \|\phi\|}{\|\phi\|^2} (\phi \times)^2 \quad (2.25)$$

其中， ϕ 表示将 n 系旋转到与 b 系重合所对应的等效旋转矢量， $\|\phi\|$ 是 ϕ 的模值。等效旋转矢量微分方程如下式所示：

$$\dot{\phi} = \omega + \frac{1}{2} \phi \times \omega + \frac{1}{\|\phi\|^2} \left(1 - \frac{\|\phi\|}{2} \cot \frac{\|\phi\|}{2} \right) \phi \times (\phi \times \omega) \quad (2.26)$$

当转动角度 $\|\phi\|$ 为小量时，常常将上述微分方程进行如下近似：

$$\dot{\phi} \approx \omega + \frac{1}{2} \phi \times \omega + \frac{1}{12} \phi \times (\phi \times \omega) \quad (2.27)$$

使用旋转矢量进行姿态更新时，不可交换误差可通过采用多子样算法对其进行有效补偿，可用于高动态物体的姿态更新[27]。

2.4 捷联惯导的机械编排

利用惯性器件（陀螺仪和加速度计）的输出构建导航坐标系是捷联惯性导航系统最

突出的特征，即导航坐标系以数学平台的形式存在[34]。陀螺仪和加速度计分别用来测量获得运载体的角运动和线运动状态，利用陀螺仪量测运载体相对于惯性坐标系的运动角速度，经补偿之后，积分得到载体的运动姿态信息[35][36, 37]。根据加速度计的输出来进行连续的数值积分运算，求解更新惯导系统的速度和位置等导航参数[27]。在实际的导航解算过程中，载体当前的位置、速度和姿态信息是通过上一历元的位置信息结合当前陀螺仪、加速度计的输出来推算出来的。图 2.4 所示为捷联惯导的系统原理。

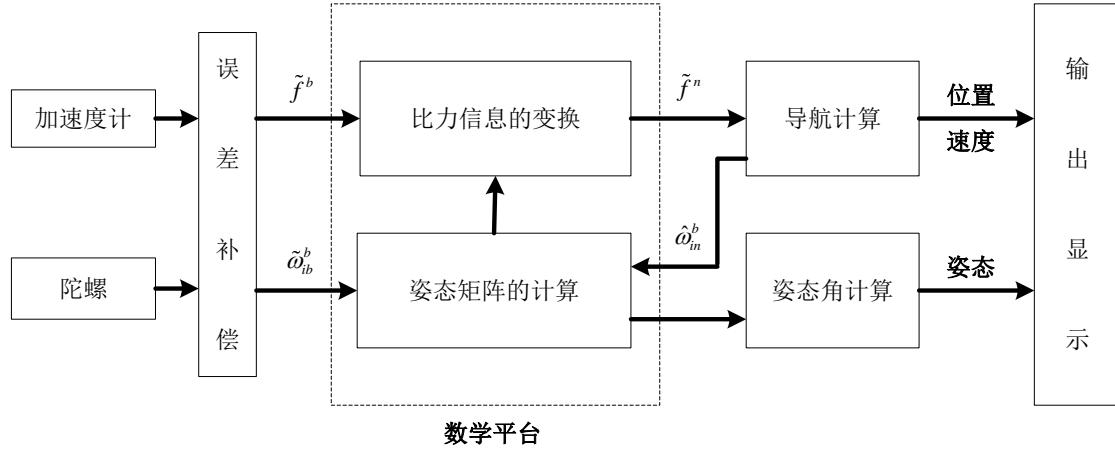


图 2-4 参考坐标系示意图

2.4.1 速度更新算法

惯性导航坐标系速度微分方程投影到 n 系有如下表达式

$$\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} \Big|_n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_e^n + \mathbf{g}_l^n \quad (2.28)$$

其中， \mathbf{v}_e 为载体相对于地球参考系的运动速度， \mathbf{f}^b 为加速度计输出的比力， $2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n$ 是由地球自转和载体的加速度而引起的哥氏加速度项， $\boldsymbol{\omega}_{en}^n \times \mathbf{v}_e^n$ 是由载体运动产生的对地向心加速度， \mathbf{g}_l^n 为地球重力加速度。

对上式进行积分和离散化，即可得到速度更新方程[29]：

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k^n &= \mathbf{v}_{k-1}^n + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[\mathbf{C}_b^n \mathbf{f}^b - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}_e^n + \mathbf{g}_l^n \right] dt \\ &= \mathbf{v}_{k-1}^n + \Delta \mathbf{v}_{f,k}^n + \Delta \mathbf{v}_{g/cor,k}^n \end{aligned} \quad (2.29)$$

其中， \mathbf{v}_{k-1}^n 为 t_{k-1} 时刻（即上一时刻）的惯导速度， \mathbf{v}_k^n 为需求解的当前时刻的速度。 $\Delta \mathbf{v}_{f,k}^n$ 为加速度计输出的由比力引起的当前时刻的速度增量，称之为比力积分项。 $\Delta \mathbf{v}_{g/cor,k}^n$ 代表由哥氏加速度、地球重力以及载体绕地球旋转所产生的向心加速度共同引起的速度增量，称之为重力/哥氏积分项。下面主要介绍 $\Delta \mathbf{v}_{f,k}^n$ 和 $\Delta \mathbf{v}_{g/cor,k}^n$ 两项的数值积分算法。

用 $t_{k-1/2} = (t_{k-1} + t_k) / 2$ 时刻近似代替重力/哥氏积分项中的被积函数的时间缓变量可以得到下式

$$\Delta \mathbf{v}_{g/cor,k}^n = \left[\mathbf{g}_1^n - (2\boldsymbol{\omega}_{ic}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{v}^n \right]_{t_{k-1/2}} \Delta t_k \quad (2.30)$$

比力积分项 $\Delta \mathbf{v}_{f,k}^n$ 可近似为

$$\Delta \mathbf{v}_{f,k}^n = \left[\mathbf{I} - (0.5\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)} \times) \right] \mathbf{C}_{b(k-1)}^{n(k-1)} \left(\Delta \mathbf{v}_k + \frac{1}{2} \Delta \theta_k \times \Delta \mathbf{v}_k + \frac{1}{12} (\Delta \theta_{k-1} \times \Delta \mathbf{v}_k + \Delta \mathbf{v}_{k-1} \times \Delta \theta_k) \right) \quad (2.31)$$

其中, $\frac{1}{2} \Delta \theta_k \times \Delta \mathbf{v}_k$ 为旋转效应补偿项, $\frac{1}{12} (\Delta \theta_{k-1} \times \Delta \mathbf{v}_k + \Delta \mathbf{v}_{k-1} \times \Delta \theta_k)$ 为划桨效应补偿项, $\boldsymbol{\zeta}_{n(k-1),n(k)} = (\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n)_{t_{k-1/2}} \Delta t_k$ 表示 \mathbf{n} 系在相邻历元间的旋转矢量。

上式中采用了双子样的算法, 即假设在 $[t_{k-2}, t_k]$ 区间内, 角速度和比力都随时间线性变化, 也称作“单子样+前一周期”算法。

2.4.2 位置更新算法

直接根据速度信息进行位置更新的方法较为复杂[30], 本文则采用更新位置四元数的方法从而完成经纬度的位置更新。用四元数 \mathbf{q}_n^e 根据经纬度来表示从 \mathbf{n} 系到 \mathbf{e} 系的旋转, 具体如下式所示

$$\mathbf{q}_n^e = \begin{bmatrix} \cos(-\pi/4 - \lambda/2) \cos(L/2) \\ -\sin(-\pi/4 - \lambda/2) \sin(L/2) \\ \sin(-\pi/4 - \lambda/2) \cos(L/2) \\ \cos(-\pi/4 - \lambda/2) \sin(L/2) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

旋转四元数 \mathbf{q}_n^e 可得到经纬度的外推, 公式如下:

$$\mathbf{q}_{n(k)}^{e(k)} = \mathbf{q}_{e(k-1)}^{e(k)} \otimes \mathbf{q}_{n(k-1)}^{e(k-1)} \otimes \mathbf{q}_{n(k)}^{n(k-1)} \quad (2.33)$$

其中,

$$\mathbf{q}_{n(k)}^{n(k-1)} = \begin{bmatrix} \cos \|0.5\boldsymbol{\zeta}_k\| \\ \frac{\sin \|0.5\boldsymbol{\zeta}_k\|}{\|0.5\boldsymbol{\zeta}_k\|} 0.5\boldsymbol{\zeta}_k \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{q}_{e(k-1)}^{e(k)} = \begin{bmatrix} \cos \|0.5\boldsymbol{\xi}_k\| \\ -\frac{\sin \|0.5\boldsymbol{\xi}_k\|}{\|0.5\boldsymbol{\xi}_k\|} 0.5\boldsymbol{\xi}_k \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

其中, $\boldsymbol{\xi}_k = \boldsymbol{\omega}_{ie}^e \Delta t_k$ 表示 \mathbf{e} 系在相邻历元间的旋转矢量。

另外, 直接对中间时刻的垂向速度进行积分得到高程的更新, 公式如下

$$h_k = h_{k-1} - v_{D,k-1/2} \Delta t_k \quad (2.36)$$

2.4.3 姿态更新算法

捷联惯导系统中导航解算所需的“数学平台”是通过姿态更新来维持的, 即为 \mathbf{b} 系相对于 \mathbf{n} 系的方向余弦矩阵, 或对应的四元数的更新。等效旋转矢量法和四元数法是最为常见的捷联惯性导航姿态更新算法。四元数法实质上是等效旋转矢量算法的单子样形

式[27]，这种方法不可交换误差存在于载体的旋转中且未得到补偿，计算量较小，在对导航精度要求不高场合可以考虑采用四元数姿态更新法。本小节介绍的等效旋转矢量姿态更新算法采用的是双子样形式。

用四元数方法描述载体的姿态，则姿态四元数的更新过程如下式所示

$$\mathbf{q}_{b(k)}^{n(k-1)} = \mathbf{q}_{b(k-1)}^{n(k-1)} \otimes \mathbf{q}_{b(k)}^{b(k-1)} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{q}_{b(k)}^{n(k)} = \mathbf{q}_{n(k-1)}^{n(k)} \otimes \mathbf{q}_{b(k)}^{n(k-1)} \quad (2.38)$$

由式(2.35)和式(2.36)可得，姿态四元数的更新可以分为 **b** 系旋转更新和 **n** 系旋转更新。其中 **b** 系的旋转四元数为

$$\mathbf{q}_{b(k)}^{b(k-1)} = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\phi_k\| \\ \frac{\sin\|0.5\phi_k\|}{\|0.5\phi_k\|} 0.5\phi_k \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

其中， ϕ_k 表示 t_{k-1} 时刻到 t_k 时刻 **b** 系的等效旋转矢量。其微分方程的表示如下

$$\dot{\mathbf{q}}_k \approx \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \frac{1}{2} \times_k \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \frac{1}{12} \times_k (\times_k \boldsymbol{\omega}_{ib}^b) \approx \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \frac{1}{2} \Delta\theta(t) \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \quad (2.40)$$

同样根据双子样假设，对式 (2.36) 积分可得 (Shin, 2005)

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_k &\approx \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left[\boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \frac{1}{2} \Delta\theta(t) \times \boldsymbol{\omega}_{ib}^b \right] dt \\ &\approx \Delta\theta_k + \frac{1}{12} \Delta\theta_{k-1} \times \Delta\theta_k \end{aligned} \quad (2.41)$$

其中 $\frac{1}{12} \Delta\theta_{k-1} \times \Delta\theta_k$ 为二阶圆锥误差补偿项。**n** 系旋转四元数为

$$\mathbf{q}_{n(k-1)}^{n(k)} = \begin{bmatrix} \cos\|0.5\zeta_k\| \\ -\frac{\sin\|0.5\zeta_k\|}{\|0.5\zeta_k\|} 0.5\zeta_k \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

将式 (2.39) 和式 (2.42) 代入式 (2.37) 和式 (2.38) 中可得当前时刻姿态四元数。

值得注意的是，在理想条件下，用来描述载体转动的四元数具有归一化特性，但犹豫数值计算误差等因素，随着递推迭代次数的增加，姿态四元数 \mathbf{q}_b^n 逐渐失去了归一化特性，因此在捷联惯导中需对姿态四元数 \mathbf{q}_b^n 进行归一化处理，方法如下

$$e_q = \frac{1}{2} \left[(\mathbf{q}_b^n)^T \mathbf{q}_b^n - 1 \right] \quad (2.43)$$

$$\mathbf{q}_b^n = (1 - e_q) \mathbf{q}_b^n \quad (2.44)$$

2.5 惯性传感器误差

惯性测量单元 (Inertial Measurement Unit, IMU) 包含 3 个相互正交的单自由度陀螺

仪和 3 个相互正交的加速度计。陀螺仪测得的是载体运动角速度，经过积分后得到角度；加速度计测得载体运动的加速度，需要经过两次积分，所以小的传感器误差会导致大的位置误差积累，因而降低定位精度，因此需建立惯性传感器的误差模型以减少无界的位移和航向误差的影响，有效的陀螺和加速度计的误差补偿方法对系统至关重要[38]。惯性传感器的误差按照性质可分为确定性和随机性误差两种。其中，确定性误差可以通过实验室转台设备或者特定动作结合特定算法来标定确定，然后对惯性测量单元的原始输出进行补偿，提高传感器的观测精度，包括零位偏置，比例因子误差、交轴耦合等；而随机误差，通常使用阿兰方差分析法来识别判断其系数，并在组合导航算法中进行合理的设置，以便能够对其进行合理地估计和补偿，包括角度随机游走（ARW）、速度随机游走（VRW）、量化噪声以及零偏不稳定等。

2.5.1 确定性误差

由于加工制作工艺的限制，任何元器件生产过程中都会产生一定的偏差。其中，确定性误差就是指惯性测量单元(IMU)在生产过程中所产生的系统误差，包括零位偏置，比例因子误差、交轴耦合误差三种。1) 零位偏置，外部输入信号为零时，传感器的输出不为零的现象；2) 比例因子误差，指外部输入信息与传感器输出信息存在一个比例差异；3) 交轴耦合，指传感器的三个敏感量测轴没有完全正交，则在量测过程中，其中任意一轴的输出不只是包含该轴向的输入信息，也会受其他两轴输入信息的影响。

惯导算法通过对陀螺输出直接积分获得姿态估计，而陀螺零偏是一个对定位结果精度影响非常大的因素，会造成很大的姿态误差；进一步会造成加速度计的投影产生较大的误差，在进行重力影响补偿时存在较大误差，再加上加速度计本身零偏影响，速度的误差会迅速累积；同时位置估计又是对速度的再一次积分，从而造成位置误差随时间二次方发散。比例因子和交轴耦合都属于动态误差，通常载体的运动状态变化越快，二者所造成的误差就越大。因此，有必要在传感器出厂后，对其上列三种误差进行标定补偿。现阶段，常用的标定方法为六位置法，该方法简单容易操作，且标定精度较高。标定工作完成后，使用标定参数对传感器的原始输出值进行补偿，从而从根本上降低惯性导航系统的位置误差累积速度。

陀螺仪与加速度计的原始输出可表示如下：

$$\hat{f} = [I + S_a]f + N_a f + b_a + w_a \quad (2.45)$$

$$\hat{\omega} = [I + S_g]\omega + N_g \omega + b_g + w_g \quad (2.46)$$

其中 \hat{f} 、 $\hat{\omega}$ 分别为带有误差的加速度计输出的比力以及陀螺输出的角速度， f 、 ω 分别为比力与陀螺的真实值， I 为单位对角矩阵， b_g 、 b_a 为陀螺零偏、加表零偏， S_g 、 S_a 分别为由对应的比例因子构成的对角矩阵， N_g 、 N_a 为交轴耦合误差系数对称矩阵，

w_g 、 w_a 为陀螺和加表的噪声。若定义

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} s_x & N_{xy} & N_{xz} \\ N_{yx} & s_y & N_{yz} \\ N_{zx} & N_{zy} & s_z \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

为比例因子误差 S 与交轴耦合误差 N 的组合，陀螺仪和加速度计的输出模型可表示为：

$$\tilde{f}^b = M_a (f^b - b_a) + w_a \quad (2.48)$$

$$\tilde{\omega}_{ib}^b = M_g (\omega_{ib}^b - b_g) + w_g \quad (2.49)$$

2.5.2 随机性误差

随机性误差主要由传感器自身硬件不稳定以及外部导航环境因素所引起的。与确定性误差不同，惯性传感器输出值包含的随机噪声并不是一个确定的值，不能对其进行很好的准确的估计和预测，所以无法通过标定的手段对其进行确定和补偿。然而，随机性噪声也不能直接忽略不考虑，因其对惯性测量单元的观测精度有较大影响，因此需要使用合理的方法对随机性噪声进行识别，从而改善最终的导航定位精度。

现阶段，通常使用随机噪声模型以及相应的模型参数去描述随机性误差。其中，Allan 方差分析方法就是最典型的手段，该方法能够对主要随机误差进行辨别，例如角度随机游走（ARW）、速率随机游走（VRW）、量化噪声、零偏不稳定性等。在获得上述随机性误差模型参数后，在进行组合导航卡尔曼滤波设计时，设置合理的参数，有助于滤波对陀螺仪和加速度计的观测值误差进行合理的估计和补偿，从而提升整个定位系统的精度结果[39]。

2.6 卡尔曼滤波基础

1960年，Rudolf Kalman 博士将控制系统状态空间的概念引入随机估计理论中，建立起随机状态空间模型，利用随机状态方程、量测方程和激励白噪声的统计特性提出了时域内的卡尔曼滤波估计算法（Kalman Filter, KF）[40]，即在卡尔曼滤波中，所有的参量都是时域内的，由数字计算机实现实时递推算法。这种算法的输入为随机系统的量测，以系统状态的最优估计为滤波器的输出，此特征与确定性控制系统中的状态观测器十分相似。

经典的卡尔曼滤波设计是基于线性系统的估计方法，然而现实中并不存在真正严格意义上的线性系统，此时使用Kalman滤波往往得不到满意的结果。因此，扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter, EKF）作为一种针对实际工程应用需求的折中解决方案被

提出。EKF通过对系统状态进行局部线性化处理，从而将一个非线性问题转换为线性问题[13]，该方案是在最小方差准则条件下的次优滤波器，凭借其结构简单、计算量小等优点，被广泛应用于各行各业中。

连续时间线性随机系统的状态方程以及观测方程有如下表达式：

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{w}(t) \quad (2.50)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (2.51)$$

其中， $\mathbf{x}(t)$ 为待估的多维系统状态向量； $\mathbf{F}(t)$ 为系统的动态矩阵，定义了系统状态向量随时间变化的方式； $\mathbf{G}(t)$ 为连续时间的系统噪声系数矩阵； $\mathbf{w}(t)$ 是系统噪声，其方差强度定义为 $\mathbf{Q}(t)$ ； $\mathbf{z}(t)$ 表示系统观测向量； $\mathbf{H}(t)$ 定义了量测向量与状态向量的关系，称为量测矩阵； $\mathbf{v}(t)$ 为量测噪声，其方差强度定义为 $\mathbf{R}(t)$ 。系统噪声 $\mathbf{w}(t)$ 与量测噪声 $\mathbf{v}(t)$ 不相关，且都是均值为零的高斯白噪声过程。

针对低成本惯性测量器件，给出离散化之后得到离散线性系统，有如下表达式：

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k,k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \Gamma_{k-1}\mathbf{w}_{k-1} \quad (2.52)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.53)$$

式中 \mathbf{x}_k 代表 k 时刻的系统状态向量， $\Phi_{k,k-1}$ 表示由 $k-1$ 时刻到 k 时刻的一步状态转移矩阵：

$$\Phi_{k,k-1} = \exp(\mathbf{F}(t_{k-1})\Delta t_k) \approx \mathbf{I} + \mathbf{F}(t_{k-1})\Delta t_k \quad (2.54)$$

Γ_{k-1} 为系统噪声分配矩阵； \mathbf{z}_k 为 k 时刻的量测向量； \mathbf{H}_k 表示观测矩阵； \mathbf{w}_k 为系统噪声，对应的方差阵为 \mathbf{Q}_k ； \mathbf{v}_k 为观测噪声，其对应的方差阵为 \mathbf{R}_k ； \mathbf{w}_k 与 \mathbf{v}_k 亦互不相关，且均为零均值的高斯白噪声序列。

卡尔曼滤波的求解过程可以概括为系统预测和量测更新两个步骤。系统预测过程可以由系统状态一步预测方程表示，根据方程可以得到系统状态向量的预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}$ 以及其协方差阵预测值 $\mathbf{P}_{k/k-1}$ [41]，方式如下：

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1}\hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (2.55)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1}\mathbf{P}_{k-1}\Phi_{k/k-1}^T + \Gamma_{k-1}\mathbf{Q}_{k-1}\Gamma_{k-1}^T \quad (2.56)$$

系统的状态向量和随时间变化的不确定性误差都是通过预测方程不断推算得到的；某一时刻一旦获得具有随机误差和一定确定性误差的量测信息，卡尔曼滤波则会根据增益矩阵的分配原则对最新状态预测值和外部观测信息(与系统状态有关)进行加权处理，以得到系统状态向量的最优估值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 以及其协方差的最优估值 \mathbf{P}_k ，表达式如下：

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{H}_k^T(\mathbf{H}_k\mathbf{P}_{k/k-1}\mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (2.57)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}) \quad (2.58)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)\mathbf{P}_{k/k-1}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_k\mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k\mathbf{R}_k\mathbf{K}_k^T \quad (2.59)$$

式中 $(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1})$ 称为新息，即对量测的估计误差。 \mathbf{K}_k 表示加权矩阵，亦称为滤

波增益矩阵，起作用使估计的协方差阵达到最小。离散线性系统的卡尔曼滤波基本方程式即为所示，初始值 $\hat{\mathbf{x}}_0$ 和 \mathbf{P}_0 一旦确定，可递推计算任意 k 时刻的状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 。离散型卡尔曼滤波的结构如下图 2-5 所示。

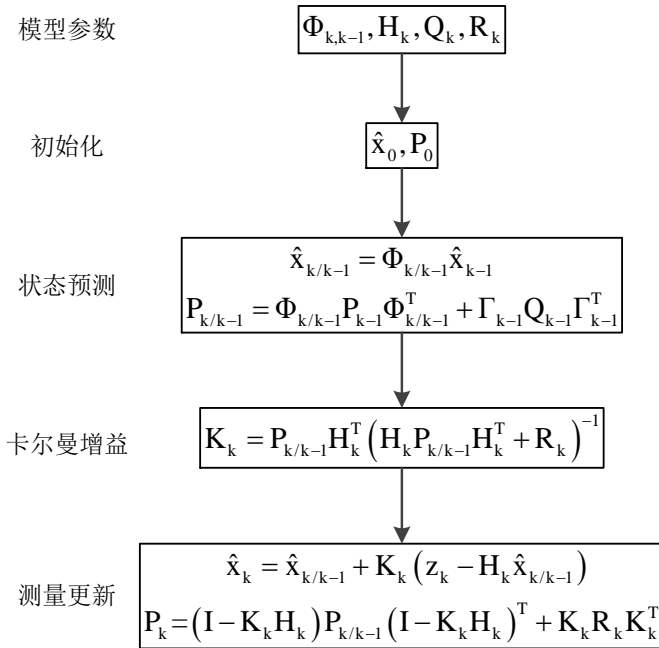


图 2-5 离散型卡尔曼滤波结构图

3 基于车轮安装单个 MEMS-IMU 的导航算法

3.1 引言

惯性导航系统 (INS) 只使用自身传感器的观测信息进行推算导航定位, 具有实时性强、抗干扰、不受导航环境影响等优点。然而, 由于惯性器件自身误差的影响, INS 的定位误差会随时间不断累积, 具有长时间尺度下导航精度低的缺点。GNSS 利用卫星发射的无线射频信号测量用户到卫星的距离, 从而进行距离交会定位, 其定位误差不随时间积累。但是 GNSS 受环境因素的影响较大, 在复杂环境区域 (比如城市峡谷) 定位精度严重下降而在极端区域 (比如隧道) 甚至不可用。使用 GNSS 与 INS 进行组合导航定位, 可以充分利用两种定位手段的特性进行互补, 既发挥了惯导的自主推算能力又可以控制导航误差不随时间累积[42]。目前, 主流的做法是使用卫星导航定位系统 (GNSS) 作为定位精度控制手段,

现有的车载组合导航系统中, 虽然主流的 INS/GNSS 组合方式在很大程度上解决了误差累积的问题[43]。然而, 在一些复杂环境下, GNSS 无法提供准确连续的定位服务, 此时 INS/GNSS 组合定位系统退化到了单独的 INS, 此时的组合定位系统与 INS 一样仍然存在长时间误差累积的特点。因此, 为了缓解这样的情况, 车辆通常搭载轮速编码器 (或者称里程计), 将轮速编码器观测的车轮转速换算成速度来辅助 INS, 从而形成 INS/里程计 (ODO) 组合导航。该种方案, 在 GNSS 定位受到环境影响时, 一段时间内系统仍然能够提供高精度的定位, 最终构建一个更稳健、定位精度更高的车载组合导航系统。INS/ODO 组合导航保留了 INS 本身不需要任何外部信息的特性, 同时大幅减缓了 INS 误差累积的速度, 因此, 受到了广大研究工作者的关注并得到了较程度的发展[44]。这方面研究主要包括: 航位推算方法、基于航位推算过程误差模型的组合导航以及考虑部分里程计误差的惯导/里程计组合导航[43, 45-47]。然而, INS/ODO 组合导航方案, 通常需要增加额外的轮速编码器, 增加了系统构建成本和系统复杂性, 因此一定程度上限制了该方法的应用推广。

旋转调制技术是指当惯性传感器做周期性旋转时, 垂直于旋转轴方向的陀螺和加速度计零偏引起的导航误差可以得到有效抑制, 从而使惯性器件误差在短时间内的均值尽量接近零, 以此来减小系统误差累积, 提高导航精度[15]。但是, 旋转调制方案对机械转台的依赖, 限制了该方案在低成本车载导航中的应用。受旋转调制技术的启发, 本章提出了一套基于车轮安装 MEMS-IMU (Wheel mounted IMU, WM-IMU) 的导航方案。具体而言, 将惯性测量单元 (IMU) 安装在车辆车轮中心, 使 IMU 跟随车轮一起进行周期性旋转运动。相比传统 INS/ODO 方案, 本章中的方案利用了传统的 INS 机械编排

算法,通过垂直于旋转轴的陀螺角速度输出结合车轮半径实时地获得较为精准的车体前向速度,取代对物理里程计传感器的依赖,从软件层面达到 INS/ODO 组合导航定位的性能,从而节约成本,因此尤其适用低成本车载导航应用。

3.2 车轮安装 MEMS-IMU 的方案设计

本方案将 MEMS-IMU 安装在车轮中心,利用 IMU 最基本的角速度测量能力实时准确地获得载体的运动速度,从而实现了无里程传感器条件下的 INS/ODO 组合导航。同时,还利用了车轮的周期性旋转特性,有效地降低陀螺零偏引起的位置误差。相对于传统安装方式的 INS/ODO 组合导航,具有成本更低、精度更高以及结构更简单的优势。一方面发挥了传统惯性导航自主提供姿态、速度和位置的优势,另一方面利用 IMU 测量值结合轮式运动,挖掘速度量测,提高自主导航性能。综合多种运动信息构造卡尔曼滤波量测方程。推导了车轮安装 IMU 的两种测速模型,并利用前向速度,加上非完整性约束,构造三维卡尔曼滤波速度修正。此外,针对水平姿态角发散的情况,利用加速度计量测修正水平姿态角。

其基本设计思路:将 IMU 安装在运动车辆的车轮中心,同时使 IMU 的某一个轴向与车轮的旋转轴向平行,并随车轮做同轴旋转运动。图 3-1 给出了 WM-IMU 的具体安装方式,车辆、车轮和 MEMS-IMU 都采用右手坐标系。其中, MEMS-IMU 的 y 轴与车轮旋转轴向平行,此时 y 轴陀螺的输出即为车轮转速,然后结合车轮半径就可以换算得到载体的运动速度,从而避免了安装轮速编码器的需求。因 MEMS-IMU 与车轮两者之间的关系在设备安装完成后就不再变化,同时在本系统中车轮的坐标系变化并不需要知道,只需关注车辆本身的导航信息,因此图中只列出了传感器坐标系和车辆坐标系。

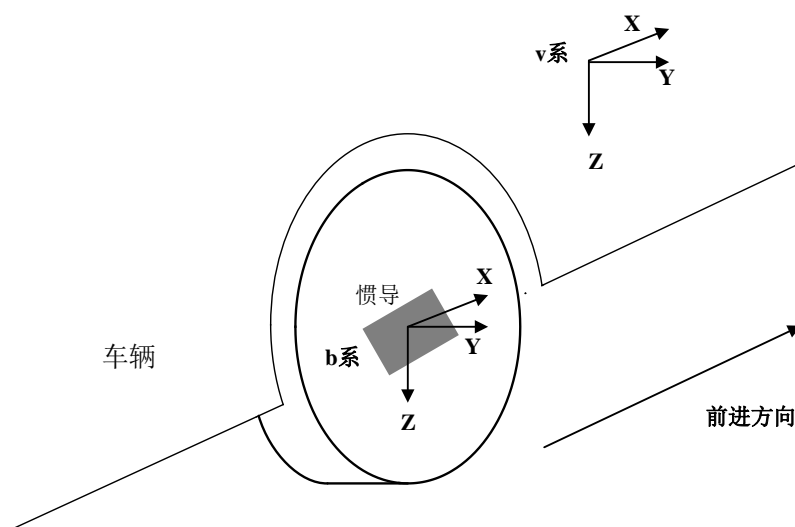


图 3-1 车轮安装 MEMS-IMU 示意

本文选择将 IMU 安装在车轮中心，主要是因为车轮中心与车体质心的相对位置关系固定不变。如图 3-2 所示，A 为车体等效质量中心，IMU1 为安装在车轮中心的惯性传感器，IMU2 为安装在车轮边缘的惯性传感器。当车辆从左边行驶到右边位置时，IMU1 与 A 的相对位置关系固定不变，而 IMU2 与 A 的相对位置关系时时刻刻在变化，因此若将 IMU2 安装在车轮边缘，并不能准确地反映车辆的准确位置，而是存在一个周期性的变化。

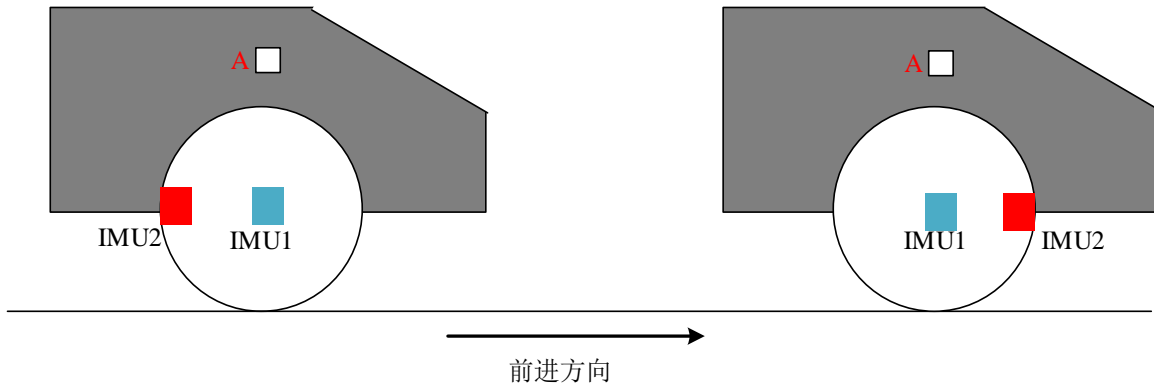


图 3-2 车轮中心和车轮边缘安装位置对比

3.3 车轮安装 MEMS-IMU 的数据融合算法

图 3-3 给出了车轮安装 MEMS-IMU 的数据融合算法流程。首先，IMU 输出的原始观测值（如角速度和比力）输入到惯导机械编排算法中，不断推算当前时刻的位置、速度和姿态，具体算法见章节 2.4。同时，利用 y 轴输出的角速度结合车轮半径计算载体的运动速度，并判断载体的运动状态；若当前时刻判定载体为静止状态时，则构造零速度向量进行零速修正，同时基于航向角不变的假设进行航向角锁定；若判定载体的为运动状态，则使用测量得到的前向运动速度，结合非完整性约束对系统状态进行速度修正。另外，为了保证水平角精度，使用重力向量进行水平角修正。最后，输出解算的车轮位置、速度和姿态。

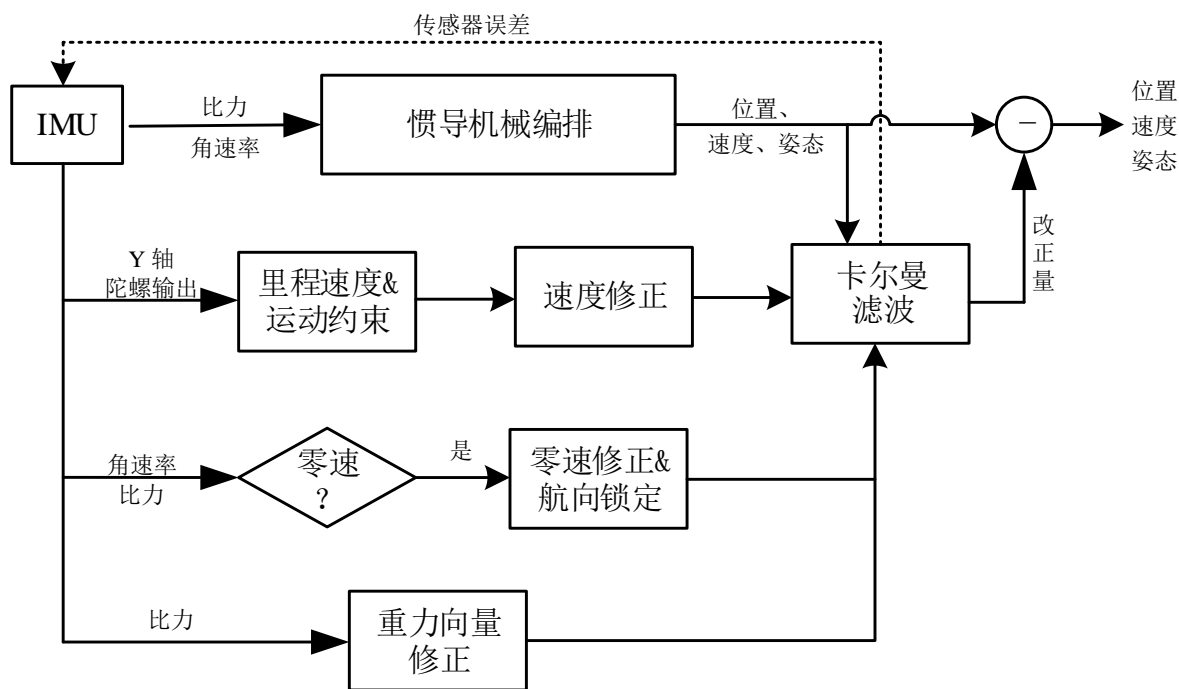


图 3-3 数据处理流程

需要说明的是，惯性导航是一种相对定位的导航方式，系统状态初始化是导航定位精度的基本条件，包括位置、速度、姿态[48]。本方案作为 INS/GNSS 组合导航系统在 GNSS 受外界影响不可用情况下的一种补充方案，所以假设初始位置、速度、姿态角都已知。

3.3.1 系统误差模型

在章节 2.6 的介绍中，可以得知卡尔曼滤波具有良好的可扩展性和稳定性。增加新的观测值时，只需要对观测方程的维度进行扩增，就能够完成更高维度的滤波数据处理[49]，而不需改变滤波器自身结构以及原有的观测方程，这在实际应用中非常简便。MEMS-IMU 普遍具有性能低，误差迅速累积的缺点。因此，通常使用卡尔曼滤波融合其他观测信息，从而维持系统的导航定位精度。其中，本文惯性导航系统的状态向量采用误差形式，用 $\delta \mathbf{X}$ 表示，包括：三维位置误差 $\delta \mathbf{r}^n$ 、三维速度误差 $\delta \mathbf{v}^n$ 、三维姿态误差 Ψ 、三轴陀螺零偏误差 \mathbf{b}_g 、三轴加表零偏误差 \mathbf{b}_a ，共 15 维，状态量如式(3.1)所示：

$$\delta \mathbf{X} = [\delta \mathbf{r}^n \quad \delta \mathbf{v}^n \quad \Psi \quad \mathbf{b}_g \quad \mathbf{b}_a]^T \quad (3.1)$$

离散化之后的简化惯导误差模型：

$$\delta \mathbf{X}_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} \delta \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k,k-1} \mathbf{w}_{k-1} \quad (3.2)$$

其中，

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{I}_3 \cdot \Delta t & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & (\mathbf{f}^n \cdot \Delta t) \times & \mathbf{0}_3 & \mathbf{C}_b^n \cdot \Delta t \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & -\mathbf{C}_b^n \Delta t & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \cdot e^{(-\Delta t / \tau_{bg})} & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \cdot e^{(-\Delta t / \tau_{bf})} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{C}_b^n \cdot \Delta t & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{C}_b^n \cdot \Delta t & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \cdot \Delta t & \mathbf{0}_3 \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \cdot \Delta t \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

上述公式中，下标 $k-1$ 和 k 为数据历元编号， \mathbf{I}_3 和 $\mathbf{0}_3$ 分别表示三阶单位矩阵和零矩阵， \mathbf{w} 是系统噪声向量， Φ 为状态转移矩阵， Γ 表示系统噪声系数矩阵，下标 k 是时刻标记。 \mathbf{C}_b^n 表示由 \mathbf{b} 系（即 IMU 传感器坐标系）转换到 \mathbf{n} 系的方向余弦矩阵。 Δt 表示 IMU 观测值相邻历元的时间间隔， τ_{bg} 、 τ_{bf} 分别表示陀螺零偏和加速度计零偏建模为一阶高斯马尔科夫过程所对应的相关时间， \mathbf{f}^n 表示比力向量在 \mathbf{n} 系下的投影。

3.3.2 观测值误差模型

在得到上述系统状态误差模型后，仍需要相应的观测模型修正系统误差状态量 $\delta \mathbf{X}$ 。本部分主要描述如何合理地构建观测值误差模型，融合其它传感器观测信息和约束信息，从而保证系统的定位精度。观测值信息主要包括：速度修正、零速修正、航向锁定、水平角修正等。

1) 速度修正

在常见的车载组合导航中，通常选择将里程计安装在车辆的非动力轮的轮轴上与之形成固联，通过轮轴的转动获取车辆前进方向的速度，以此来辅助组合导航。本文的特别之处在于惯性器件信息与里程信息均来源于同一器件，即安装在车轮中心的惯性导航模块。MEMS-IMU 的原始输出一方面用于惯性导航的机械编排，可以得到惯性器件的导航信息（位置、速度和姿态）；另一方面，如图 3-1 所示，为 IMU 模块中心与车轮轴心完全重合做同轴周期旋转，根据轴向与车轮平面垂直的陀螺输出，结合车轮半径可得到速度信息，取代对物理里程计传感器的依赖，由此将两种速度组合，构造卡尔曼滤波前向速度约束。其中，前进方向的速度可以通过下式计算得到

$$v_{wheel} = \omega_y \cdot r_w \quad (3.5)$$

式中， ω_y 为陀螺 y 轴角速率输出， r_w 为车轮半径。

接下来将描述如何使用车辆运动约束构造虚拟速度观测值。车辆在地面上正常行驶，一般情况下只会前进或后退，除去专业赛车人员的漂移动作或其他特殊情况，不会发生

侧滑或跳跃。车辆运动约束就是利用上述的基本事实而构建的速度虚拟观测值，我们称之为非完整性约束。目前，将非完整性约束条件构建的虚拟速度观测值用于提升惯性导航系统的定位精度的方法，在车载导航领域中的应用十分广泛，其中该方法最初是由 Dissanayake G 等人提出的[50]。非完整性约束转换成速度观测值的思路可表述如下：因车辆只会前进或后退，那么在车辆坐标系下，侧向和垂向的速度接近于零[51, 52]。在结合观测的前向速度，可得车辆坐标系下三维速度观测向量为

$$\tilde{\mathbf{v}}_{wheel}^v = [v_{wheel} \quad 0 \quad 0]^T + e_v \quad (3.6)$$

式中， e_v 为速度观测噪声，本文中速度信息是由陀螺观测值换算得到的，因此考虑到陀螺噪声的影响，本文中设置为0.03m/s。

另外，利用IMU原始数据进行解算也可以得到n系下速度 \mathbf{v}_{IMU}^n ，并投影到载体坐标系下有[19]

$$\hat{\mathbf{v}}_{wheel}^v = C_b^v C_n^b \mathbf{v}_{IMU}^n + C_b^v (\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times) \ell_{wheel}^b \quad (3.7)$$

式中， b 、 n 、 v 分别表示 IMU 传感器坐标系，导航坐标系以及车辆坐标系； C_b^v 为 b 系与 v 系两个坐标系之间的姿态差异（即安装角）， $C_n^b = (C_b^n)^T$ 表示 n 系转换到 b 系下的方向余弦矩阵； $\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$ 为陀螺仪观测值， ℓ_{wheel}^b 是里程计杆臂，指车轮中心到惯导传感器观测中心的位置矢量，而对于 WM-IMU 方案，因 IMU 安装在中心， ℓ_{wheel}^b 为零，可以忽略。

对式(3.7)进行扰动分析并忽略杆臂效应，得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{v}}_{wheel}^v &= C_b^v \hat{C}_n^b \hat{\mathbf{v}}_{IMU}^n + C_b^v (\hat{\boldsymbol{\omega}}_{nb}^b \times) \ell_{wheel}^b \\ &\approx C_b^v C_n^b [I - (\boldsymbol{\phi} \times)] (\mathbf{v}_{IMU}^n + \delta \mathbf{v}_{IMU}^n) \\ &\approx \mathbf{v}_{wheel}^v + C_b^v C_n^b \delta \mathbf{v}_{IMU}^n - C_b^v C_n^b (\mathbf{v}_{IMU}^n \times) \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (3.8)$$

结合式(3.6)和式(3.8)，可得速度误差观测方程

$$\begin{aligned} \delta z_v &= \hat{\mathbf{v}}_{wheel}^v - \tilde{\mathbf{v}}_{wheel}^v \\ &\approx C_b^v C_n^b \delta \mathbf{v}_{IMU}^n - C_b^v C_n^b (\mathbf{v}_{IMU}^n \times) \boldsymbol{\phi} - e_v \end{aligned} \quad (3.9)$$

式(3.9)即为里程速度和非完整性约束构造的速度误差观测方程，可以知道，式中 C_b^v 是一个已知量。传统安装方式下，使用式(3.9)改善导航定位精度时，通常对 C_b^v 进行事先测量标定，或者在位置观测信息可用的情况下将其扩维到状态量中进行实时在线估计。而对于 WM-IMU，车辆在行驶过程中，MEMS-IMU 坐标系与车体坐标系的相对关系时时刻刻都在变化，即 C_b^v 一直在变化，无法对其进行事先标定。在这种情况下，我们对 WM-IMU 方案的安装做了要求：尽可能使传感器坐标系 x 轴和 z 轴构成的平面与车轮旋转平面平行，同时将 WM-IMU 方案的应用场景做一个限制，假设车辆只在平坦的路面上行驶(比如室内环境)，即可认为 v 系中 x 轴和 y 轴构成的平面与当地水平面一致。

此时, 可认为横滚安装角等于横滚角, 俯仰安装角等于俯仰角, 而航向安装角则可根据横滚角判断, 若判断 b 系 x 轴与 v 系 x 轴指向同一方向, 则航向安装角为 0° , 否则为 180° 。因此, WM-IMU 方案的安装角所对应的方向余弦矩阵, 当 $\cos(\phi) > 0$ 时, 可表示为

$$\mathbf{C}_b^v = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

当 $\cos(\phi) < 0$ 时, 可表示为

$$\mathbf{C}_b^v = \begin{bmatrix} -\cos \theta & -\sin \phi \sin \theta & -\cos \phi \sin \theta \\ 0 & -\cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

式中

$$\phi = -\arctan \frac{(\mathbf{C}_b^n)_{32}}{(\mathbf{C}_b^n)_{33}}, \quad \theta = -\arctan \frac{(\mathbf{C}_b^n)_{31}}{\sqrt{((\mathbf{C}_b^n)_{32})^2 + ((\mathbf{C}_b^n)_{33})^2}} \quad (3.12)$$

式(3.12)中, $(\mathbf{C}_b^n)_{31}$ 表示矩阵 \mathbf{C}_b^n 的第 3 行第 1 列对应的数值。

2) 零速修正和航向锁定

在无连续外部更新的情况下, 速度漂移会导致位置和姿态的精度发散, 而零速修正能够显著提高纯惯导的导航精度。其作为惯性导航系统的一种误差发散控制技术, 应用于各类惯导平台上的时间已久。它的特点在于实现十分简单, 无需额外设备, 成本几乎为零, 且无需考虑时间同步的问题, 对于误差修正有显著的效果。零速修正 (Zero velocity update, ZUPT) 是指载体处于静止状态时, 不仅载体速度始终为零, 且载体的姿态变化也应该视为零。因此, 此时虚拟观测值可以采用载体的姿态变化约束条件, 并将其加入到卡尔曼滤波方程中[53-55] [18]。与传统安装方式不同, WM-IMU 方案与车轮固定在一起, 因此对载体的运动非常敏感, 能够使用最简单的方法得到高准确度的静止时段判断结果。本文使用旋转轴 (即 y 轴) 陀螺输出值的峰峰值对静止状态进行判断, 具体如下

$$\max([\omega_1^y, \omega_2^y, \dots, \omega_k^y]) - \min([\omega_1^y, \omega_2^y, \dots, \omega_k^y]) < \gamma_{zupt} \quad (3.13)$$

式中, ω_k^y 为旋转轴的陀螺输出值, k 为判断窗口长度, γ_{zupt} 为静止判断阈值, \max, \min 分别为窗口内求最大值和最小值函数。

当判断载体处于静止状态时, 则构造零速观测向量

$$\tilde{\mathbf{v}}^n = [0 \ 0 \ 0]^T + \mathbf{e}_v \quad (3.14)$$

其中, \mathbf{e}_v 为速度观测噪声。由此, 可以得到零速修正的速度误差观测方程为

$$\begin{aligned}
 \delta z_v &= \hat{v}_{IMU}^n - \tilde{v}^n \\
 &= v_{IMU}^n + \delta v_{IMU}^n - v^n - e_v \\
 &= \delta v^n - e_v
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

式中， v_{IMU}^n 为捷联惯导推算的速度。另外，当载体处于静止状态时，航向也应该固定不变，此时所有航向角变化都可以认为是由传感器误差造成的。基于这样的假设，我们可以构造虚拟的航向角观测，即航向锁定（ZIRH）。然而，判断载体为零速时，并不能保证载体不发生旋转运动，尤其是在轮式机器人的应用场景中，存在大概率的原地旋转现象，因此，需要进一步判断载体是否存在旋转运动。当载体进行原地旋转运动时，y 轴的陀螺输出可能接近于零，此时，x 轴或 z 轴的陀螺输出能够反映载体的原地旋转运动。本文采用一段时间内窗口 x 轴和 z 轴陀螺输出的峰峰值判断原地旋转现象，从而避免在原地旋转运动状态对航向进行修正，影响航向估计。具体判断方式如下

$$\begin{cases} \mathbf{max}([\omega_1^x, \omega_2^x, \dots, \omega_k^x]) - \mathbf{min}([\omega_1^x, \omega_2^x, \dots, \omega_k^x]) < \gamma_{zirh} \\ \mathbf{max}([\omega_1^z, \omega_2^z, \dots, \omega_k^z]) - \mathbf{min}([\omega_1^z, \omega_2^z, \dots, \omega_k^z]) < \gamma_{zirh} \end{cases} \tag{3.16}$$

式中， ω^x 和 ω^z 为陀螺输出值，k 为判断窗口长度， γ_{zirh} 为航向锁定判断阈值，**max**, **min** 分别为窗口内求最大值和最小值函数。航向锁定的误差状态方程表示如下

$$\begin{aligned}
 \delta z_{heading} &= \hat{\psi}_{IMU} - \tilde{\psi}_{store} \\
 &= \psi_{IMU} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{roll}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{pitch}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{heading}} \end{bmatrix} \phi - \psi_{store} - e_\psi \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{roll}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{pitch}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{heading}} \end{bmatrix} \phi - e_\psi
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

式中， $\hat{\psi}_{IMU}$ 为捷联惯导推算的航向角， $\tilde{\psi}_{store}$ 为判断处于静止状态时的第一个历元对应的航向角， ϕ 为姿态误差向量， e_ψ 为航向观测噪声。 $\begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{roll}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{pitch}} & \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{heading}} \end{bmatrix}$ 为航向相对于横滚、俯仰和航向的偏导数

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{roll}} = \frac{(C_b^n)_{11} \cdot (C_b^n)_{31}}{(C_b^n)_{11} \cdot (C_b^n)_{11} + (C_b^n)_{21} \cdot (C_b^n)_{21}} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{pitch}} = \frac{(C_b^n)_{21} \cdot (C_b^n)_{31}}{(C_b^n)_{11} \cdot (C_b^n)_{11} + (C_b^n)_{21} \cdot (C_b^n)_{21}} \\ \frac{\partial \psi}{\partial \phi_{heading}} = -1 \end{cases} \tag{3.18}$$

式中， $(C_b^n)_{11}$ 为方向余弦矩阵 C_b^n 第 1 行第 1 列元素。

3) 重力修正

正如速度修正部分所描述的，我们将 MEMS-IMU 方案的使用场景限制在平面环境中，从而应用运动约束提升导航定位精度。其中，需要将 MEMS-IMU 自身估计的俯仰角用来提供平面投影的角度补偿，从而消除运动约束过程中坐标系差异所带来的误差。然而，MEMS-IMU 方案估计的俯仰角存在周期性的变化，水平姿态精度会逐步下降。为了保障水平角的定位精度，本部分主要描述如何使用加速度计观测值更新修正水平角精度。当车辆在路上行驶时，在无外部加速度的情况下，惯性测量器件的三轴加速度计应该具有感应地球重力的特性，若对此特性加以利用，则可用于提供车辆足够精度的绝对水平角度（即俯仰角和横滚角）。另外，因 WM-IMU 方案将 IMU 安装在车轮中心，使用加速度计计算得到的欧拉角来修正更新系统的导航状态，当俯仰角接近 $\pm 90^\circ$ 时欧拉角无法描述姿态，针对这一畸变问题，本文采用加速度计原始观测值来修正更新导航系统的姿态信息。因加速度计的主要作用为测量载体的运动加速度，只有当加速度计观测值不存在外部加速度才可用于量测更新，所以需要构建一种准确的判断机制，剔除外部加速度存在的现象。本文将加速度计观测值的模值与重力加速度的差值作为判断准则，具体如下

$$Abs\left(\text{Mean}\left(\left[\|\mathbf{f}^b\|_1, \|\mathbf{f}^b\|_2, \dots, \|\mathbf{f}^b\|_k\right]\right) - \mathbf{G}\right) \leq \gamma_f \quad (3.19)$$

式中， $\|\mathbf{f}^b\| = \sqrt{(f_x^b)^2 + (f_y^b)^2 + (f_z^b)^2}$ 为加速度计原始观测值的模值， \mathbf{G} 为重力加速度， k 为判断窗口长度， γ_f 为无外部加速度影响的判断阈值， Mean 和 Abs 分别为取平均和绝对值的两个函数。判定当前时刻不存在外部加速度时，则使用重力向量对系统导航状态进行更新修正，否则放弃修正。重力向量观测误差模型如下式

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{z}_f &= \hat{\mathbf{f}}^n - \mathbf{f}^n \\ &= \hat{\mathbf{C}}_b^n \cdot \hat{\mathbf{f}}^b - \mathbf{f}^n \\ &= (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Psi} \times) \cdot \mathbf{C}_b^n \cdot (\mathbf{f}^b + \mathbf{b}_f + \mathbf{e}_f) - \mathbf{f}^n \\ &\approx \left[(\mathbf{C}_b^n \cdot \mathbf{f}^b) \times \right] \cdot \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{C}_b^n \cdot \mathbf{b}_f + \mathbf{C}_b^n \cdot \mathbf{e}_f \end{aligned} \quad (3.20)$$

式中， $\mathbf{f}^n = -\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$ ， g 为当地地球重力值， \mathbf{b}_f 为三轴加速度计的零偏向量， $\boldsymbol{\Psi}$ 为姿态误差向量， \mathbf{e}_f 为量测噪声。

3.4 本章小结

本章主要提出了车轮中心安装 MEMS-IMU 的组合导航定位方案。在安装位置选择方面，本文分析了车轮安装 MEMS-IMU 方案的位置设计，相较于将 MEMS-IMU 安装在车轮边缘，将 MEMS-IMU 安装在车轮中心更合适，因为车轮中心位置与车辆等效质

心的相对关系固定不变，能够准确地估计车辆的位置。算法设计层面，WM-IMU 利用直接观测载体的运动速度，结合 IMU 非完整性约束构造速度观测向量，能够大幅度地提升系统的导航定位精度。再者，WM-IMU 对于载体的运动状态更灵敏，能够更好地判断静止状态，从而最大程度地发挥零速修正方法和航向锁定的作用。最后，为了保证水平角的估计精度，判断载体处于稳定运动状态时（比如匀速运动），使用重力向量约束更新。

相较于传统安装方式，WM-IMU 方案类似于对 MEMS 惯导模块实时地进行旋转调制，能够有效地减弱陀螺零偏对惯导定位误差的影响，理论上在水平定位精度能够取得显著改善（实际改善情况将在第 5 章中展示）；另外，该方案由单个模块同时提供惯导原始数据和里程计信息（即车轮运动速度），在提高定位精度的前提下降低了设备成本和复杂度。最后，相较于将 IMU 安装在车身的传统方案，车轮安装 IMU 能够更最大限度地发挥 IMU 的能力。

但值得注意的是，此种单系统 MEMS-IMU 车轮安装方案存在一定的局限性，在平坦地面精度比较高，上下坡或者通用的路面算法局限性更加明显。在下一章中，会针对通用路面对方案进行改进。

4 基于多个 MEMS-IMU 的组合导航算法

4.1 引言

在上一章中，我们给出了车轮安装 MEMS-IMU 的组合导航方案，该方案的基本假设为车辆行驶在无坡度的平面，否则运动约束将存在俯仰角安装角误差，致使最终定位精度下降。但对于单系统方法来说，因其安装位置（车轮中心）的特殊性，无法获得车辆在行驶过程中的俯仰角信息，因此使用场景存在一定的局限性，只适用于无坡度的平面环境内，如室内环境。为了使 MEMS-IMU 车轮安装方案更具有通用性并且进一步提升该方案的导航定位精度，在本章中，我们提出增加 MEMS-IMU 的安装位置（个数），实现多 IMU 安装位置设计以及多系统之间约束算法，例如在车辆车身顶部增加 MEMS-IMU，不仅能够提供车辆在行驶过程中的姿态信息，对俯仰角信息进行补偿，而且在后续研究中还能够与视觉传感器等设备进行组合；另一方面通过多系统之间的物理位置约束关系，能够进一步优化提升导航定位精度。

本章分为两个部分：第一部分，阐述基于两个 MEMS-IMU 的组合定位方案，安装位置选择在车轮中心以及车辆的车身顶部，详细阐述如何利用两个 MEMS-IMU 之间的约束关系提升导航定位精度；第二部分，给出了基于三个 MEMS-IMU 的组合定位方案，安装位置选择分别为左、右车轮中心以及车辆的车身顶部，详细阐述如何利用三个 MEMS-IMU 之间的约束关系提升导航定位精度。

4.2 基于两个 MEMS-IMU 的组合导航

正如章节 3.3.2 所阐述的，车轮中心安装 MEMS-IMU 的组合导航方案，需要满足车体在无坡度的平面环境行驶（即水平面）的基本条件，以人为控制运动场景的形式忽略了车体的俯仰变化对定位精度的影响。然而，对于更为复杂的路面环境，上述的基本条件将无法实现，因此需要对真实的水平面进行实时准确地估计和补偿。

为了释放车轮中心安装 IMU 方案的限制，我们将两个 MEMS-IMU 分别安装在不同位置构建基于两个 MEMS-IMU 的组合定位方案，具体安装方式如图 4-1 所示。其中，将一个 MEMS-IMU 安装在车辆车身顶部，并尽可能使 IMU 的 x 轴与车辆坐标系(v 系)的 x 轴保持平行，记为 IMU1；将另外一个 MEMS-IMU 安装在车轮中心，使 IMU 的 y 轴与车轮的旋转轴尽可能平行，记为 IMU2。之所以选择这样的安装方式，主要目的是使用 IMU1 估计车体运动平面的补偿角度，从而释放 IMU2 对水平面运动场景的约束条件，同时 IMU2 也能够给 IMU1 提供速度观测信息，增强 IMU1 的单独推算的能力，二者相互补充，从而提供更稳健更高精度的定位结果。

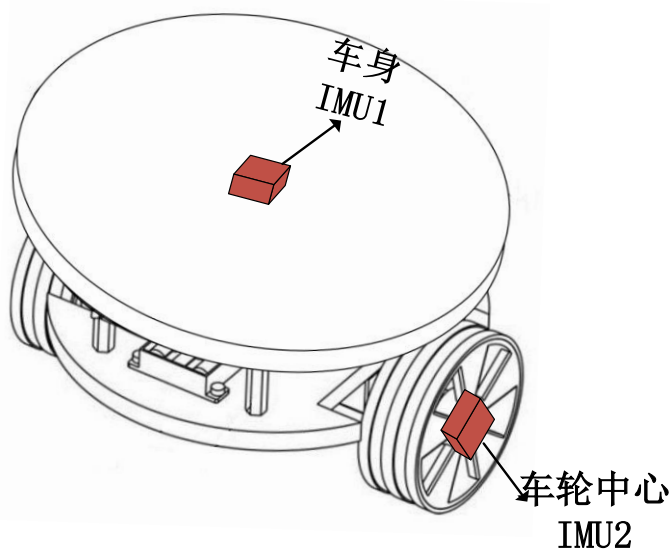


图 4-1 双 MEMS-IMU 组合定位方案的安装位置

图 4-2 给出基于两个 MEMS-IMU 的组合定位方案的数据处理流程。其中，IMU1 与 IMU2 分别独立进行惯导机械编排解算；根据 IMU2 陀螺仪 y 轴输出的角速度换算得到车辆的运动速度，并将运动速度分别输出入到 IMU1 系统和 IMU2 系统的卡尔曼滤波中，同时，将 IMU1 估计的俯仰角输入到 IMU2 系统中；而后，IMU1 系统和 IMU2 系统分别进行速度修正滤波更新；最后，基于 IMU1 与 IMU2 的相对物理位置固定不变的特性，构造位置修正信息，更新 IMU1 系统和 IMU2 系统的位置，并输出定位结果。

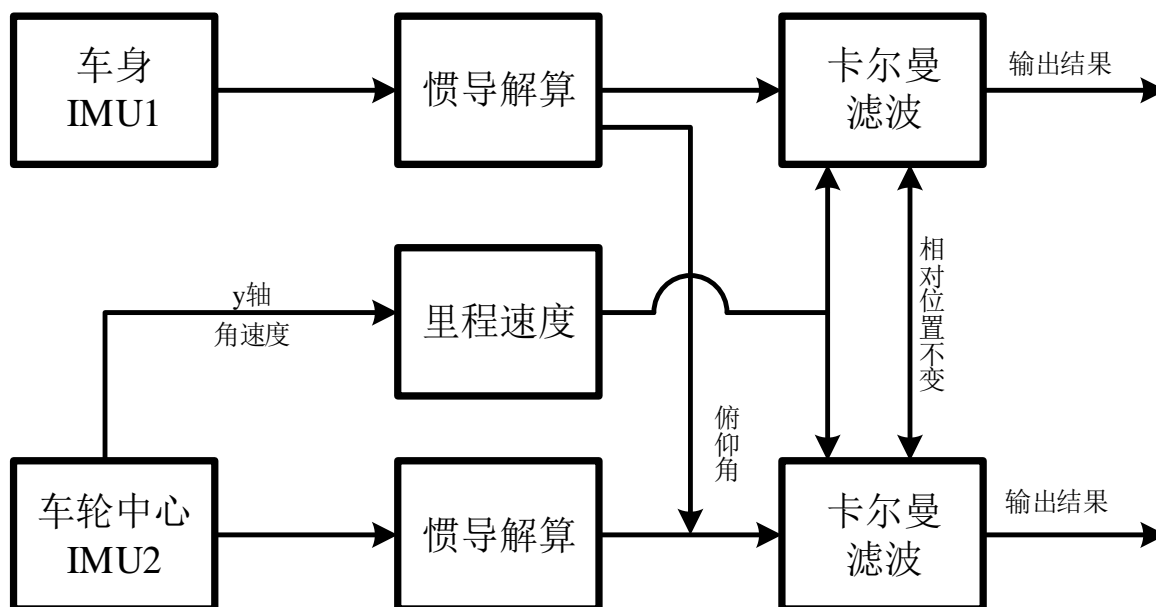


图 4-2 双 MEMS-IMU 组合定位方案的数据处理流程

相较于车轮中心安装 MEMS-IMU 方案，基于两 MEMS-IMU 的组合定位方案增加了车辆运动平面估计信息和位置约束。具体如下

1) 车辆运动平面估计

将车轮 IMU 的安装角定义为从 b 系到 v 系的姿态差异，其中，所述 b 系为传感器坐标系，所述 v 系为载体坐标系，亦为车体坐标系，将车轮 IMU 姿态差异的旋转矩阵定义为 C_b^v 。其中，使用公式(3.10)和公式(3.11)计算的安装角只适用于车体在接近于水平面的路面行驶，即认为 v 系 x 轴与 y 轴组成的平面与水平面平行。而车体在复杂路面行驶时，上述假设不成立，此时我们使用车身 IMU 估计的横滚角和俯仰角估计行驶路面与水平面的角度差异。此时，车轮 IMU 的安装角对应的方向余弦矩阵可描述如下

$$C_b^v = C_v^v C_b^{v'} \quad (4.1)$$

式中， $C_b^{v'}$ 为车轮 IMU 自身估计的安装角的方向余弦矩阵形式， C_v^v 表示路面与水平面的角度差异

$$C_v^v = \begin{bmatrix} \cos \theta' & 0 & \sin \theta' \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta' & 0 & \cos \theta' \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

式中， θ' 为车身 IMU 估计的俯仰角。

2) 双系统位置约束

为了提高双系统的自主导航性能与稳定性，并基于 IMU1 和 IMU2 的相对物理空间位置保持不变的特性，增加了位置约束关系，其中，所述空间关系由式(4.3)表示：

$$\sqrt{(N_1 - N_2)^2 + (E_1 - E_2)^2 + (U_1 - U_2)^2} = const \quad (4.4)$$

式中， $const$ 表示 IMU1 与 IMU2 的距离应该为一个常值，由实现测量确定； N_1 、 N_2 分别表示 IMU1、IMU2 的北方向坐标， E_1 、 E_2 表示东方向坐标， U_1 、 U_2 表示垂直向坐标。式(4.4)是一个非线性等式，使用位置约束时需要进行线性化，会带来一定量的误差。我们使用更简单的方式，修正 IMU1 时，将 IMU2 的坐标投影到 IMU1 位置；修正 IMU2 时，将 IMU1 的坐标投影到 IMU2 位置，从而避免线性化处理。

4.3 基于三个 MEMS-IMU 的组合导航

对于一个未知量，观测的次数越多，理论上估计的精度越高。为了使导航系统的自主推算能力以及稳定性得到进一步提升，我们选择在车辆的另一侧车轮中心也安装一个 MEMS-IMU，使 IMU 的 y 轴与车轮的旋转轴尽可能平行，记为 IMU3，IMU1 和 IMU2 的安装方式与基于两个 MEMS-IMU 的组合定位方案一致，IMU1、IMU2 和 IMU3 三者之间的相对关系如图 4-3 所示。

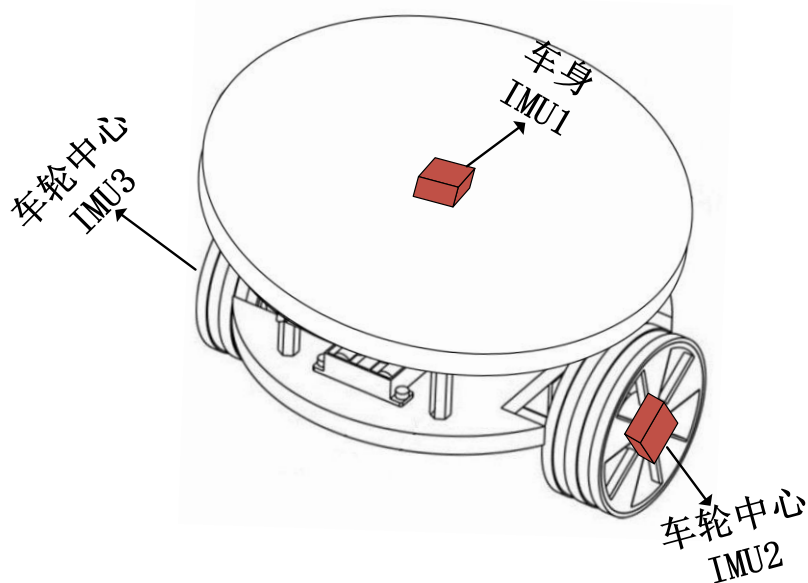


图 4-3 三 MEMS-IMU 组合定位方案的安装位置

图 4-4 给出了基于三个 MEMS-IMU 的组合定位方案的数据处理流程。首先, IMU1、IMU2 和 IMU3 分别单独地进行惯导机械编排解算; 而后, IMU1 将解算得到的俯仰角送入到 IMU2 系统和 IMU3 系统, 同时, IMU2 和 IMU3 分别根据自身陀螺仪 y 轴的输出值分别换算得到左、右轮的速度 $V1$ 和 $V2$, IMU2 系统使用速度 $V1$ 结合运动约束进行速度更新修正, IMU3 系统使用速度 $V2$ 结合运动约束进行速度更新修正, IMU1 使用速度平均值 $(V1+V2)/2$ 结合运动约束进行速度更新修正; 再者, 使用速度 $V1$ 和速度 $V2$ 计算车体航向角变化率, 并送入到 IMU1 系统中, 进行航向更新修正; 最后, 基于 IMU1、IMU2 和 IMU3 三者之间的相对物理位置固定不变的特性, 构造位置修正信息, 更新 IMU1 系统、IMU2 系统和 IMU3 系统的位置, 并输出定位结果。在另一侧车轮增加安装 IMU, 一方面提升了车辆里程信息的准确性, 另一方面增加了位置约束关系, 理论上能够在双系统安装方案的基础上进一步提高自主导航性能与稳定性。

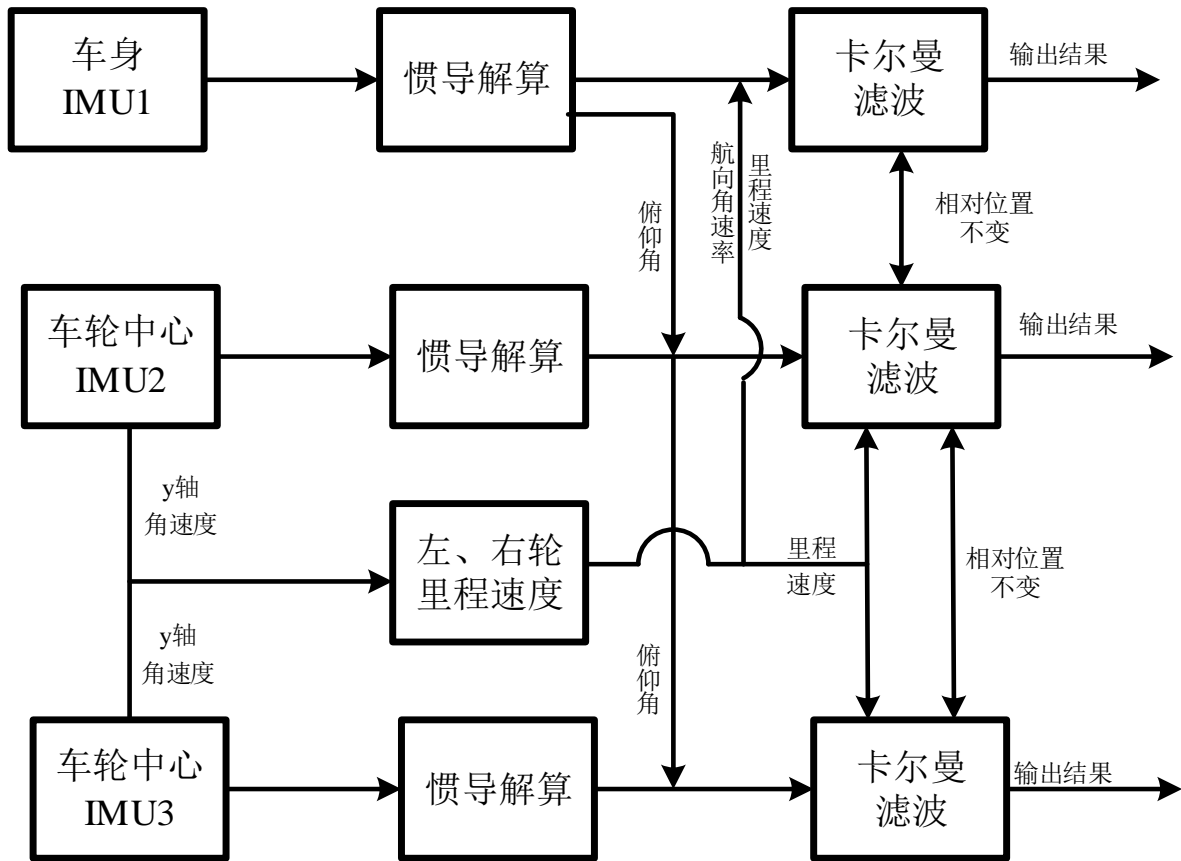


图 4-4 三 MEMS-IMU 组合定位方案的数据处理流程

相较于基于两 MEMS-IMU 的组合定位方案，基于三 MEMS-IMU 的组合定位方案增加了航向角速率信息以及更多的位置约束信息。具体如下

1) 航向角速率

由图 4-3 可知，由于左右轮都安装了 MEMS-IMU，可以获得左右两轮的转速。根据角速度和线速度之间的关系，利用线速度可以解算得到车体的航向角信息。车辆在转弯时可将其视为围绕一个点进行圆周运动，此时车体不同位置绕圆心旋转的角速度相等

$$\omega = \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2} \quad (4.5)$$

式中， ω 为车辆转弯时的航向变化速度， V_1 和 V_2 分别为左、右轮的速度， R_1 和 R_2 分别为进行旋转运动时的旋转半径。由可知

$$\begin{aligned} V_2 - V_1 &= \omega \cdot R_1 - \omega \cdot R_2 \\ &= \omega \cdot (R_1 - R_2) \\ &= \omega \cdot d \end{aligned} \quad (4.6)$$

式中， d 为左右轮之间的距离。由左右轮速度换算得到的航向角变化速度为

$$\omega = \frac{V_2 - V_1}{d} \quad (4.7)$$

2) 位置关系

基于三个 MEMS-IMU 的组合定位方案包含了三个独立解算的定位系统，相当于对车辆的位置进行三次观测，因此，充分利用三个观测值可以合理地提升整个导航系统的定位精度。本文基于三个 MEMS-IMU 相互之间的物理位置关系构造位置修正信息，进一步提升系统定位精度和系统稳健性。其中，三个 MEMS-IMU 相互之间的物理位置关系可以描述如下

$$\begin{cases} \sqrt{(N_1 - N_2)^2 + (E_1 - E_2)^2 + (U_1 - U_2)^2} = const1 \\ \sqrt{(N_1 - N_3)^2 + (E_1 - E_3)^2 + (U_1 - U_3)^2} = const2 \\ \sqrt{(N_2 - N_3)^2 + (E_2 - E_3)^2 + (U_2 - U_3)^2} = const3 \end{cases} \quad (4.8)$$

式中， $const1$ 、 $const2$ 和 $const3$ 都是常值，需要事先测量确定，分别表示 IMU1 与 IMU2 的距离关系、IMU2 与 IMU3 的距离关系、IMU1 与 IMU3 的距离关系， N_1 、 N_2 、 N_3 分别表示 IMU1、IMU2、IMU3 的北方向坐标， E_1 、 E_2 、 E_3 表示东方向坐标， U_1 、 U_2 、 U_3 表示垂直向坐标。与两 MEMS-IMU 组合定位方案一致，为了避免线性化带来的误差，同样将其他系统推算的位置投影到当前 IMU 测量中心后再进行位置修正更新。

4.4 本章小结

本章主要设计了基于两 MEMS-IMU 的组合导航定位方案和三 MEMS-IMU 组合导航定位方案。相较于车轮安装单 MEMS-IMU 方案，改善之处在于：（1）利用车身 IMU 的俯仰角信息对车轮 IMU 的俯仰角进行补偿，提升车轮安装方案的通用性，使其适用范围不仅限于平坦无坡度的地面，解除单系统的使用局限性；（2）两 MEMS-IMU 以及三 MEMS-IMU 增加了位置约束条件，提高了系统的自主导航能力以及稳定性。具体导航结果与性能改善，将在下一章中进行验证和分析。

5 实验及结果分析

5.1 引言

针对第三章阐述的车轮安装单个 MEMS-IMU 的导航算法以及第四章描述的多个 MEMS-IMU 的组合导航算法，本章给出了相应的测试结果，目的在于验证第三、四章设计算法方案的可行性和导航性能。其中，本文选择的测试平台为轮式机器人，主要原因是轮式机器人对自主推算方案的需求更强烈，现阶段视觉或激光雷达的自主推算算法严重依赖周围环境的纹理，因此基于惯性传感器的自主推算方法具有更强的适应性。另外，轮式机器人的运动速度普遍较低（如 1.5m/s）更容易操控，这有助于本论文中导航定位方法代码的实现以及问题的分析。

本章的实验主要分为两个部分，第一部分主要为车轮安装单 MEMS-IMU 方案的导航算法的性能分析；第二部分为多个 MEMS-IMU 组合导航算法的性能分析。

5.2 基于单个 MEMS-IMU 的测试及结果分析

5.2.1 测试描述

本文采用的 MEMS-IMU 都是 InvenSense 公司的九轴运动传感器 MPU9150，其主要性能参数见表 5-1。从表格中参数可以看出，传感器的性能较低，单纯的捷联积分算法将会迅速累积较大的定位误差。因此，必须充分利用其他观测信息提升 MEMS-IMU 的导航性能，基于 MEMS-IMU 的定位系统才具有可用性。需要说明的是，所有数据在处理之前，加速度计和陀螺的数据都进行了零偏、比例因子的标定和补偿。

表 5-1 MPU9150 性能参数

参数	陀螺仪	加速度计
动态范围	$\pm 2000\text{deg/s}$	$\pm 16\text{g}$
非线性	0.2%	0.5%
交轴耦合	$\pm 2\%$	—
噪声密度	$0.005\text{deg/s}/\sqrt{\text{HZ}}$	$4\mu\text{g}/\sqrt{\text{HZ}}$
比例因子误差（常值）	$\pm 3\%$	$\pm 3\%$
比例因子误差（温漂）	$\pm 0.04\%/^{\circ}\text{C}$	$\pm 0.02\%/^{\circ}\text{C}$
零偏（常值）	$\pm 20\text{deg/s}$	X,Y 轴： $\pm 80\text{mg}$ Z 轴： $\pm 150\text{mg}$
零偏（温漂）	$\pm 20\text{deg/s}$	X,Y 轴： $\pm 0.75\text{mg}/^{\circ}\text{C}$ Z 轴： $\pm 1.50\text{mg}/^{\circ}\text{C}$

本次测试采用的载体平台为 Pioneer 机器人，具体如图 5-1 所示。图 5-1 给出了 MEMS-IMU 传感器的具体安装位置，其中车轮中心安装的 MEMS-IMU 称为 IMU1，车身上安装的 MEMS-IMU 称为 IMU2，实验所用 MEMS-IMU 模块自带蓝牙、电源供电。



图 5-1 传感器安装位置示意 (单个 MEMS-IMU)

采用双向平滑的 INS/GNSS 组合结果作为参考真值，其中 GNSS 结果由天宝 R9 接收机采集的数据进行 RTK 解算获得，INS 数据由车身上的 MPU9150 提供。IMU 和 GNSS 采样率分别为 250Hz 和 1Hz。测试环境如图 5-1 所示，基本上没有任何遮挡。图 5-2 展示了测试的参考路径。实际测试过程中，控制小车围绕所在场地运动，动态实验持续约 11min，运动速度约为 0.8m/s，累积运动里程约 520 米。



图 5-2 参考轨迹 (单个 MEMS-IMU)

5.2.2 结果分析

相较于将 IMU 安装在车身的传统方式，车轮中心安装 IMU 方案最显著的优势是能够通过陀螺仪感知车轮的转速，结合车轮半径换算得到载体的运动速度，从而大幅度地改善了自主推算的定位精度。图 5-3 分析了由陀螺仪观测值换算的载体运动速度。可以看出陀螺仪换算的速度与真实的速度整体具有很好的符合，其中参考值跳变的地方是由

于行人身体遮挡的原因，将 GNSS 速度剔除粗查后作为参考真值，得到陀螺仪观测的速度误差均方根为 0.075m/s。

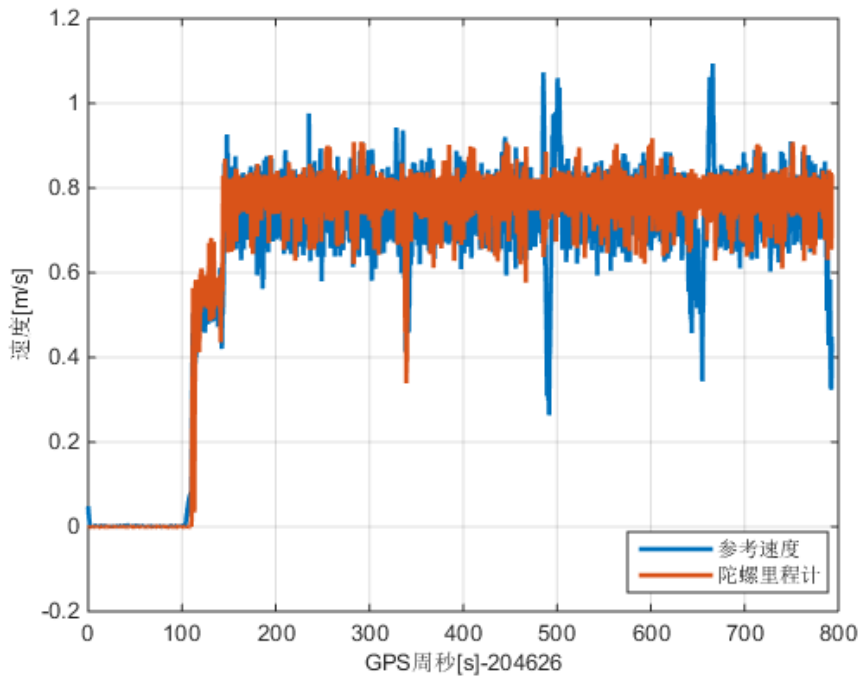


图 5-3 运动速度（陀螺观测值）

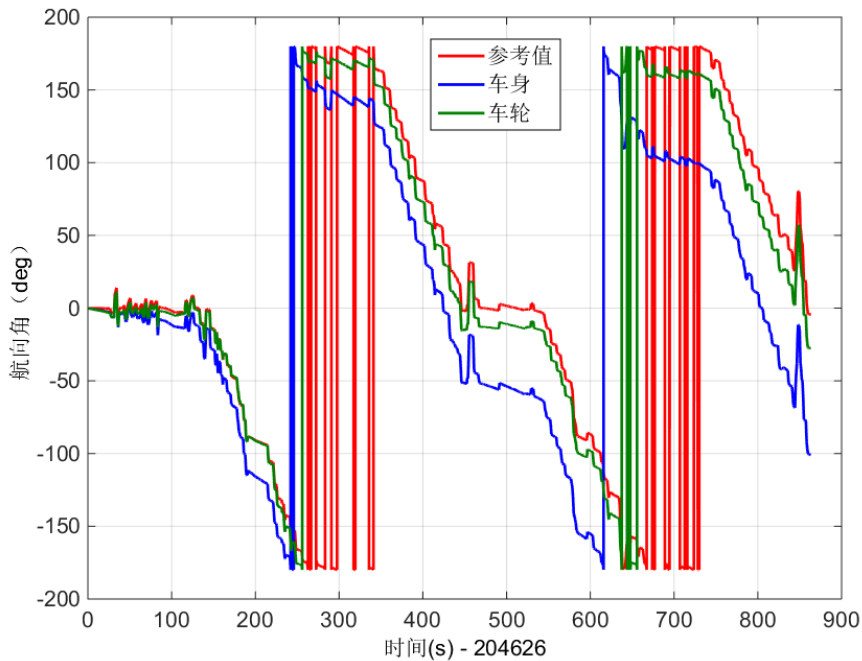


图 5-4 车轮 IMU 安装位置航向角对比图

另外，因为车轮 IMU 随着车轮进行同轴旋转运动，每旋转一周陀螺零偏对导航定位精度的影响存在相互抵消的现象。为了说明这个问题，我们分析了 IMU1 与 IMU2 的航向角估计精度。首先我们使用静止时段的陀螺输出对 IMU1 和 IMU2 的零偏进行扣除，

后对三轴陀螺输出加上一个固定值（比如 $0.1^\circ/s$ ），对处理后的 IMU1 和 IMU2 陀螺输出值进行纯积分计算，航向角估计结果如图 5-4 所示。可以看出，在总时长不到 900s 的测试中，车身 IMU 估计的航向角漂移了约 100° ，而车轮 IMU 估计的航向角漂移了约 30° ，因此，将 MEMS-IMU 安装在车轮中心对于航向角精度有一定的提高。

接下来，将从位置估计结果方面进一步分析车轮 IMU 方案的定位性能。我们设置了三种数据处理方案：

- (a) 使用车身 IMU2 数据做纯惯性解算，同时进行非完整性约束；
- (b) 使用车身 IMU2 数据做纯惯性解算，融合里程速度（由车轮 IMU1 陀螺输出换算得到）和非完整性约束；
- (c) 使用车轮 IMU1 数据做纯惯性解算，融合由陀螺输出换算得到的速度和非完整性约束。

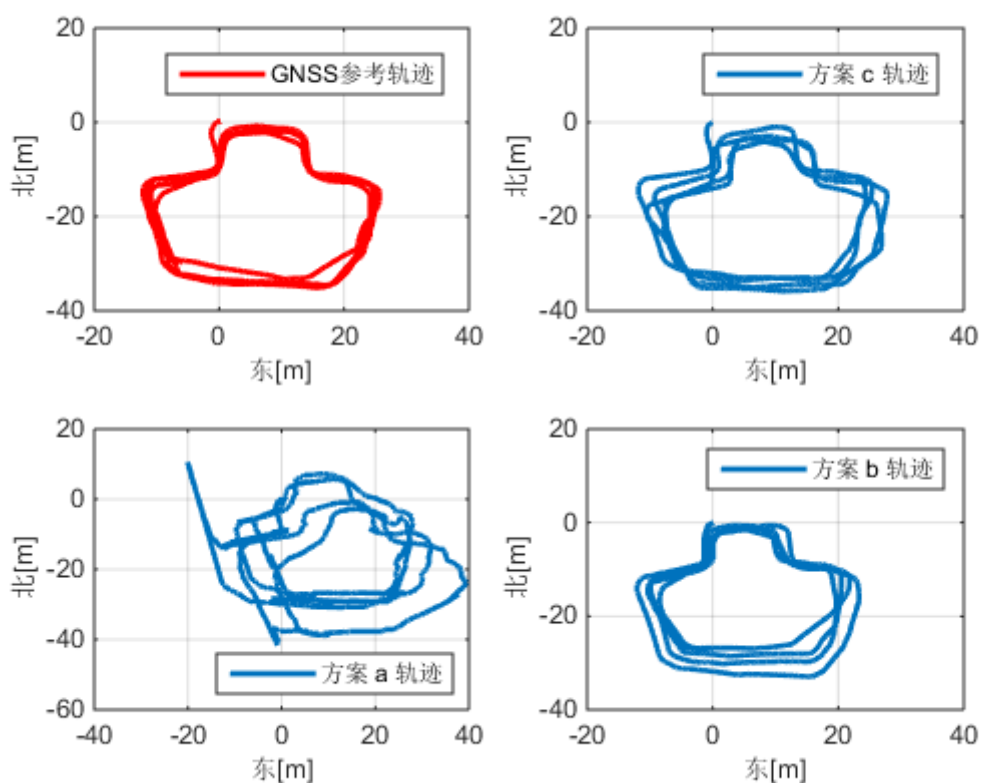


图 5-5 三种方案的轨迹图

图 5-5 给出了三种数据处理方案的轨迹结果，方案 a 只对车身 IMU2 进行数据处理，没有稳定的里程速度约束，位置误差发散较快；方案 b 采用车身 IMU2 与里程信息做组合，即传统车载组合导航方案，也得到了比较好的结果，但是需要额外的设备提供里程信息，成本相比单个 IMU 模块增加；本文单系统方案处理结果在漂移与发散方面均有明显提升。

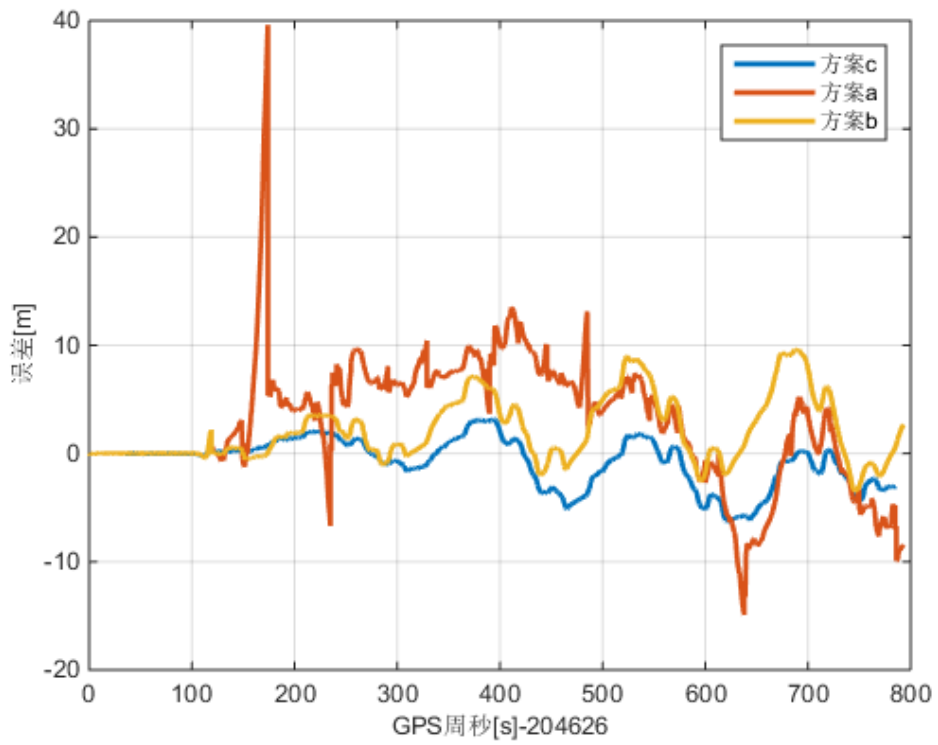


图 5-6 北向位置误差

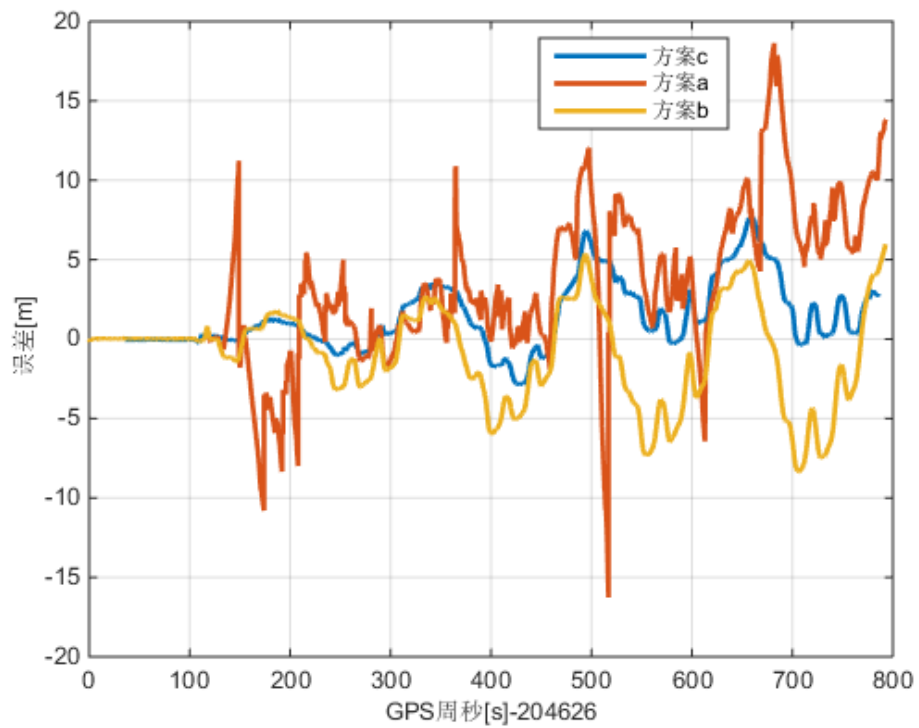


图 5-7 东向位置误差

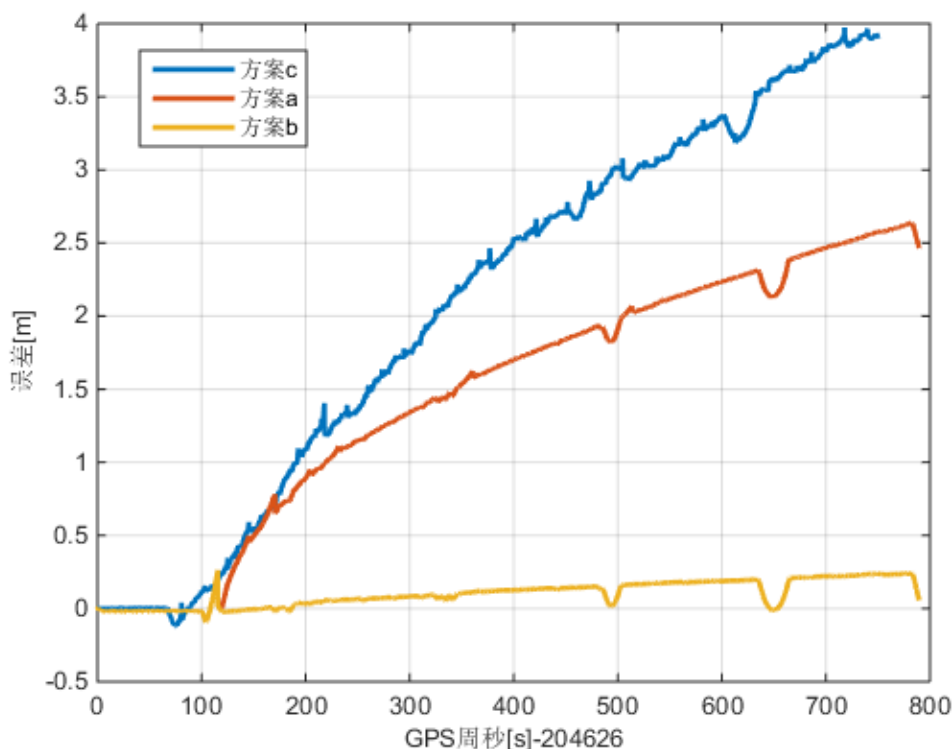


图 5-8 垂向位置误差

表 5-2 位置误差统计表

RMS(m)	方案 a	方案 b	方案 c	c 较 b 改进 (%)
北向	6.50	3.64	2.39	34.34%
东向	5.59	3.15	2.58	18.09%
垂向	1.70	0.13	2.49	※

由图 5-6 至图 5-8 分析可得, 方案 a 由于没有融合里程计信息作为稳定的速度约束, 误差发散较快, b 方案相对 a 方案来说, 增加了里程计信息, 北向的 RMS 由 6.50m 降低到 3.64m; 东向的 RMSE 由 5.59m 变到 3.15m; 垂向的 RMSE 由 1.70m 变到 0.13m; 而本车轮安装方案相对于 b 方案, 在北向上精度又提高了 34.34%, 东向上提高了 18.09%。

实验结果表明, 本文方案显著提高了安装在机器人车轮上的 MEMS-IMU 的导航定位精度, 实验小车在平均速度约为 0.8m/s 的条件下运动 11 分钟, 平面位置均方根误差 (RMS) 降低到 3.52m, 相比于传统安装 MEMS-IMU 的导航方案降低了 58.53%, 相比于传统 MEMS-IMU 和里程计组合导航方案降低了 29.67%。

高程方面, 传统的 INS/ODO 车载组合导航方案 (b 方案) 精度最高, 这是由于试验场地存在一定的坡度变化, 同时小车行驶的轨迹接近于圆形, 从而增加了 b 方案的航向可观测性, 这使得 b 方案在垂向上的表现更加出色, 而本方案的理想情况是在车辆在平整的水平面上行驶, 因此, 在垂直方向的精度受到了一定影响。

5.3 基于多个 MEMS-IMU 的测试及结果分析

5.3.1 测试描述

本次测试使用实验室组装的四轮机器人作为运动载体，IMU 仍选用 InvenSense 公司的九轴运动传感器模块 MPU9150，实验所用惯导模块的具体安装情况如图 5-9 所示，前进方向的左、右车轮中心与车身上分别放置同一型号的 IMU 模块分别简称为车轮 IMU1、车轮 IMU2、车身 IMU。另外我们在左轮的车轮边缘也安装了同一型号的 IMU 模块，称为轮边 IMU，目的在于针对车轮 IMU 模块的安装位置进行性能评估，所用 MEMS-IMU 模块自带蓝牙、电源供电，手机同时发送指令，同时启动数据采集，误差在 2 毫秒左右。

同时，参考真值由实验机器人上搭载的设备提供，将双向平滑的 INS/GNSS 组合结果作为参考结果，GNSS 结果由天宝 R9 接收机采集的数据进行 RTK 解算投影获得，参考真值解算频率以及 MEMS-IMU 采样率均为 200Hz。图 5-10 为小车运动的实际参考路径。整个实验过程持续了 15 分钟，速度约为 0.9m/s，行驶距离约 800m。



图 5-9 传感器安装位置示意（多个 MEMS-IMU）



图 5-10 参考轨迹（多个 MEMS-IMU）

5.3.2 结果分析

我们将多系统实验部分中安装在车轮中心和车轮边缘的 MEMS-IMU 分别进行单系统的处理，对轨迹、位置误差（东向、北向）做了对比分析从而确定车轮中心是 MEMS-IMU 安装的最佳位置。图 5-11 展示了将 MEMS-IMU 安装在车轮中心与车轮边缘的轨迹图，从图中可知安装在车轮中心的 MEMS-IMU 处理轨迹与参考轨迹更为拟合。

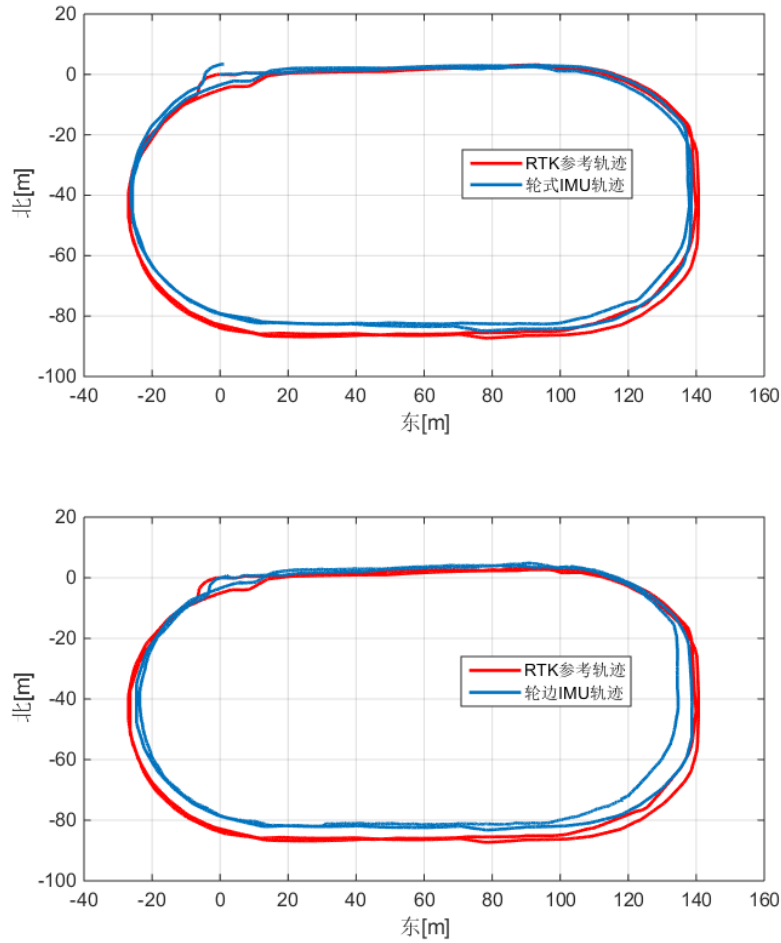


图 5-11 车轮 IMU 安装位置轨迹对比图

如表 5-3 所示，将 MEMS-IMU 安装在车轮中心相较于安装在车轮边缘，北向位置误差降低了 18.91%，东向位置误差降低了 48.53%，平面位置误差降低了 28.49%，因此可以确定车轮中心即为最佳的安装位置。此时单系统数据处理仍暂时不考虑垂向位置误差。

表 5-3 车轮 IMU 安装方案位置误差统计表

RMS(m)	车轮中心	车轮边缘	精度提升
北向	2.53	3.12	18.91%
东向	1.23	2.39	48.53%
平面	2.81	3.93	28.49%

在上一部分的实验中，我们已经验证了单系统 MEMS-IMU 车轮安装方案的可行性，因此在此部分中，我们主要验证双系统以及多系统 MEMS-IMU 车轮安装方案相较于单系统是否解决了用环境的局限性以及性能方面是否有所提升，并进一步分析提升情况。接下来，我们对比分析基于多个 MEMS-IMU 的组合导航定位方法的定位性能，定义下列四种数据处理方案：

- (a) 车轮安装单 MEMS-IMU 方案，使用的修正信息有里程速度修正、非完整性约束、零速修正、航向锁定和重力向量修正，后续数据处理方案中车轮安装 IMU 都使用上述信息，只对增加的修正信息进行描述，车身上安装的 IMU 处理方法除不使用重力向量更新，其他均相同；
- (b) 双 MEMS-IMU 组合方案（左车轮 IMU1 与车身 IMU），左车轮 IMU1 估计的速度提供给两个 IMU 使用，同时使用两者之间的固定位置关系进行约束；
- (c) 双 MEMS-IMU 组合方案（左车轮 IMU1 和右车轮 IMU2），左右车轮 IMU 各自使用陀螺输出值估计的速度信息，同时使用两者之间的固定位置关系进行约束；
- (d) 三 MEMS-IMU 组合方案（左车轮 IMU1、右车轮 IMU2 和车身 IMU），左右车轮 IMU 各自使用陀螺输出值估计的速度信息，车身使用左右车轮观测的速度均值，同时使用三者之间的固定位置关系进行约束。

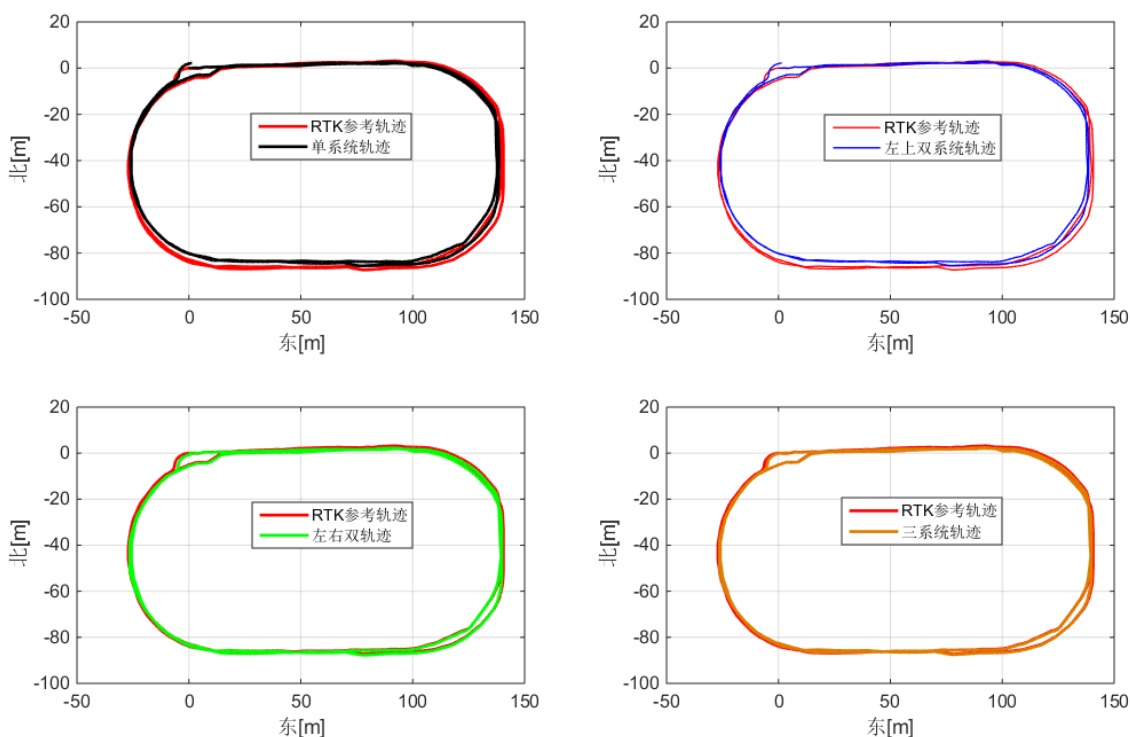


图 5-12 四种方案估计的轨迹

图 5-12 中展示了四种方案估计的轨迹。可以看出，左右轮都安装 IMU 的组合导航方案的定位结果明显优于只有一个车轮安装 IMU 的定位方案。将各方案估计的轨迹结果与 GNSS/INS 双向平滑的轨迹结果的符合程度作为一项分析指标，图 5-13~图 5-15 给出了四种方案在各方向的位置误差时间序列，图 5-16、图 5-17 分别展示了四种方案平面、垂向位置误差的累积分布图，表 5-4 给出了四种方案的位置误差统计结果。

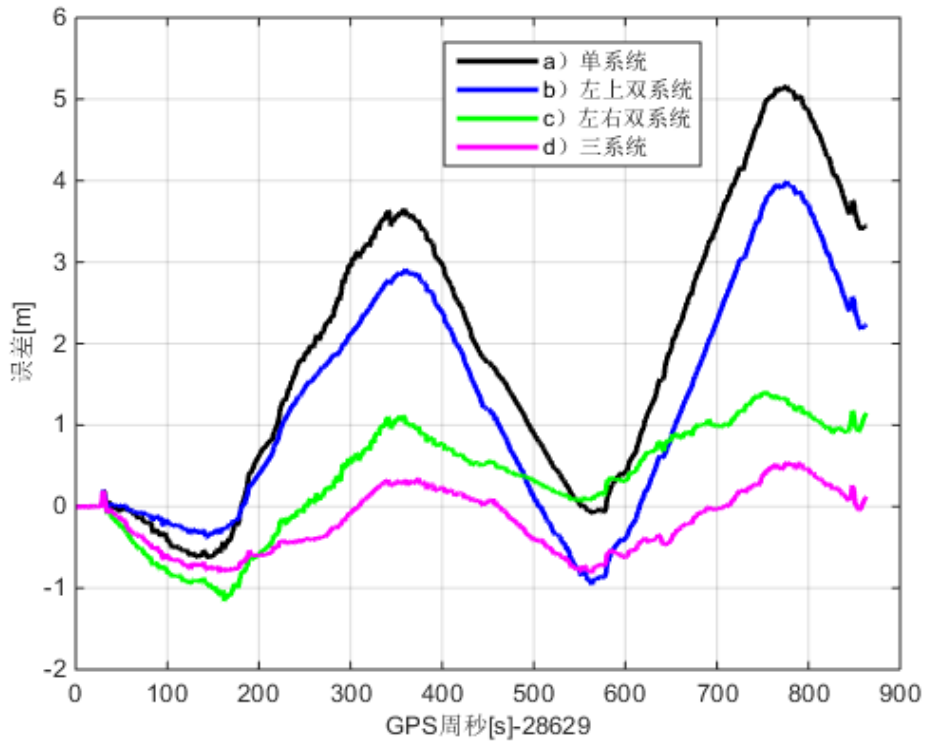


图 5-13 北向位置误差

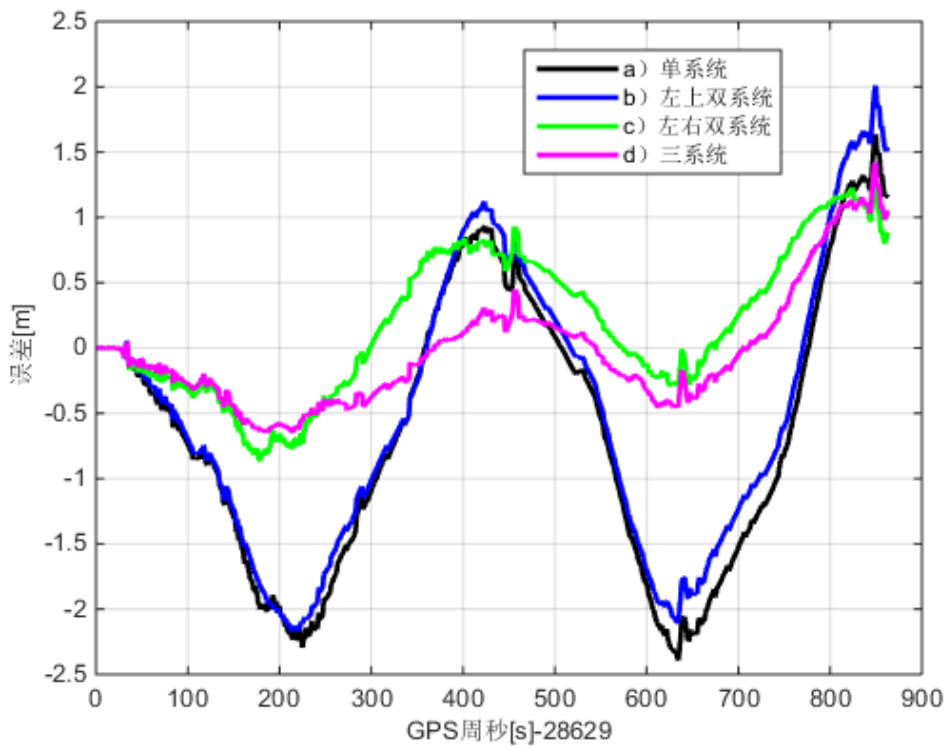


图 5-14 东向位置误差

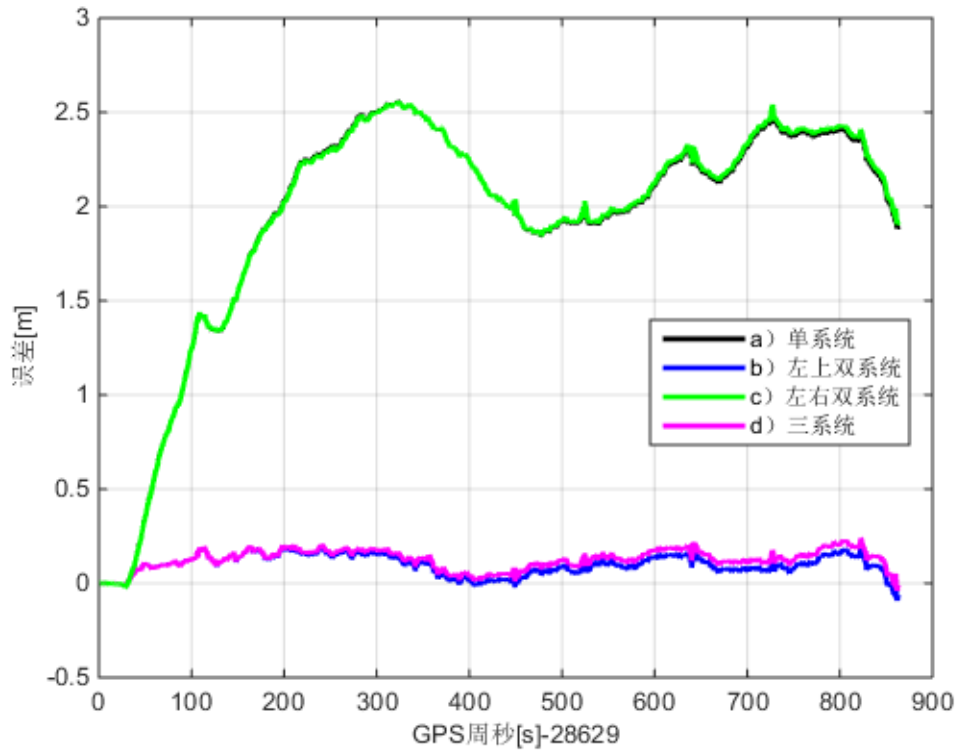


图 5-15 垂向位置误差

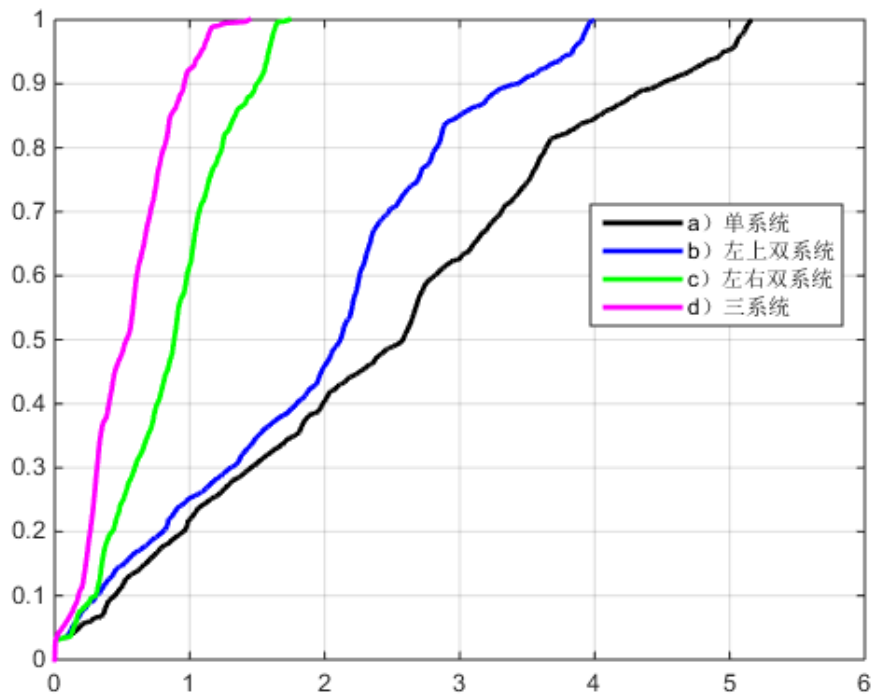


图 5-16 平面位置误差累积分布图

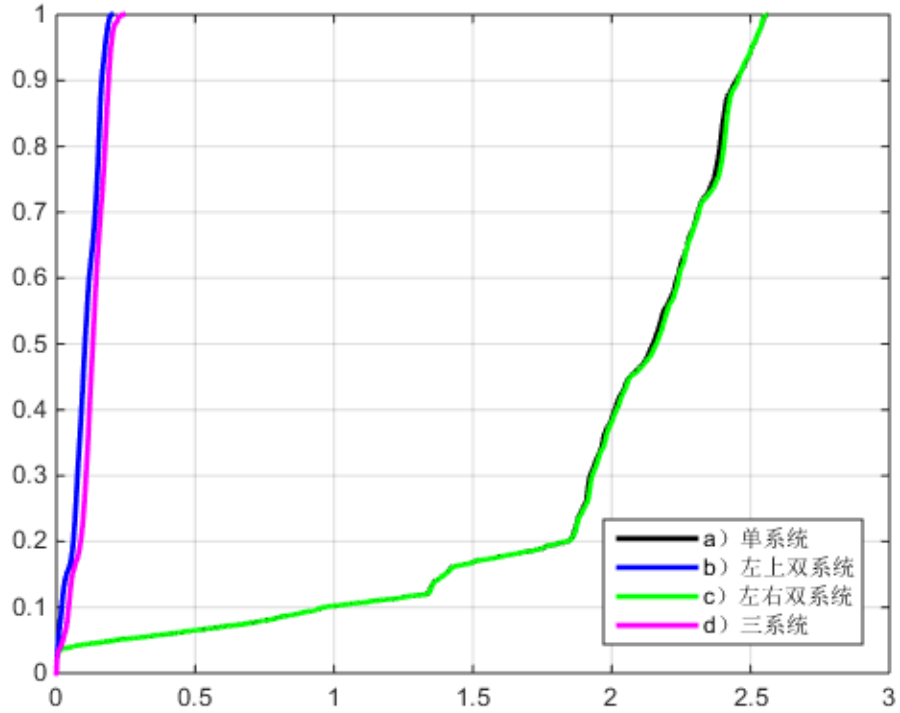


图 5-17 垂向位置误差累积分布图

表 5-4 位置误差统计表

RMSE(m)	方案 a	方案 b	方案 c	方案 d
北向	2.53	1.86	0.76	0.42
东向	1.23	1.17	0.57	0.44
垂向	2.04	0.11	2.04	0.13
平面	2.81	2.20	0.95	0.61

由表 5-4 可得，方案 a 的北向 RMSE 为 2.53m，东向的 RMSE 为 1.23m，垂向 RMSE 为 2.04m，平面 RMSE 为 2.81m；方案 b 的北向 RMS 为 1.86m，东向的 RMS 为 1.17m，垂向 RMSE 为 0.11m，平面 RMSE 为 2.20m，相较于 a 方案，垂向精度提升 94.61%；方案 c 的北向 RMSE 为 0.76m，东向的 RMSE 为 0.57m，垂向 RMSE 为 2.04m，平面 RMSE 为 0.95m，相较于方案 a，平面精度提升 66.19%；方案 d 的北向 RMSE 为 0.42m，东向的 RMSE 为 0.44m，垂向 RMSE 为 0.13m，平面 RMSE 为 0.61m，相较于方案 a，垂向精度提升 93.62%，平面精度提升 78.29%。

实验结果表明，双系统方案 b 的速度信息来源与方案 a 相同，均由位于左车轮中心的 MEMS-IMU 提供，因此在定位精度上较方案 a 无明显提升，而 b 方案中有车身 IMU 微系统提供俯仰角信息，垂向漂移可以很好地被估计，因此垂向精度明显提升；而双系统方案 c 与三系统方案 d 的速度信息由左、右车轮两个 MEMS-IMU 共同提供，在小车运动过程中由于安装在左右车轮中心的两个 MEMS-IMU 动态有所不同，漂移误差特性

不同,可以得到两个速度观测值,对里程信息改善幅度较大,从而使得方案 c 相较于方案 a 在平面定位精度上有大幅度提升,但方案 c 中仍缺少俯仰角信息,因此垂向精度无改进;综合双系统方案 b 与方案 c 而得到的三系统方案 d,在垂向以及平面定位精度上均有显著提升,相较于方案 a,垂向精度提升 93.62%,平面精度提升 78.29%。由此可得,通过增加安装在车身上的 MEMS-IMU,对系统俯仰角信息进行补偿,较好的估计垂向漂移,可以提高系统在垂向上的定位精度,从而解决单系统 WM-IMU 使用场景的局限性,使其适用环境不再限制于在无坡度的平面内;通过增加安装在车轮中心的 MEMS-IMU 个数(具有不同动态),能够提高里程信息的准确性,从而最大限度提升系统在平面内的定位精度,增强系统的稳定性。

5.4 本章小结

本章分别针对第三章与第四章提出的单系统、多系统 MEMS-IMU 车轮安装方案算法研究设计了实验,对算法的可行性进行了验证。在单系统车轮安装 MEMS-IMU 的实验中,首先验证了将 MEMS-IMU 安装在车轮中心相较于非中心的车轮边缘,在导航精度方面的优越性,确定了车轮中心为车轮安装的最佳位置;其次,将车轮安装方案与惯导解算和传统车载组合导航算法的导航性能进行对比,由实验结果得出此车轮安装方案算法的正确性,在提升导航精度的同时降低了设备复杂程度和成本,具有实际可行性。

最后,针对单系统 MEMS-IMU 车轮安装方案的使用场景局限性提出的多系统安装方案设计了四组对比实验,分析使用双系统以及多系统方案的算法相较于单系统方案在垂向上的导航精度上的提升,即解决了单系统使用场景局限性的缺点;另外验证了多系统方案进一步提高了系统的自主导航性能与稳定性。

6 总结与展望

6.1 论文总结

现阶段，面对复杂的导航环境，基于轮式载体的导航定位系统仍然存在稳定性急剧下降的现象。通常做法是使用里程计观测载体的行进速度，结合惯性传感器，增强定位系统自主推算的能力。该类方法，传感器本身的误差仍然会造成航向角误差迅速累积。针对上述问题，本文将惯性传感器安装在车轮中心，充分利用传感器观测的数据，提供具有更稳健的自主递推能力的方案。本文主要工作与贡献如下：

- 1、设计了一种车轮中心安装 MEMS-IMU 的导航方案。该方案将 MEMS-IMU 安装在行驶车辆的车轮中心，利用陀螺仪测量角速度的能力观测车轮的转速，结合车轮半径获得车辆的前进速度，从而实现无里程计传感器条件下的 INS/ODO 组合导航。另外，本文充分挖掘多种约束信息和观测信息，比如非完整性约束、零速修正、零航向角速率和重力向量约束，构建了卡尔曼滤波观测信息，进一步提升系统的导航定位精度。实验结果表明，车轮安装 MEMS-IMU 定位方案的定位性能要明显优于传统的 INS/ODO 组合定位方案。
- 2、在车轮中心安装单 MEMS-IMU 的定位方案的基础之上，提出多 MEMS-IMU 的组合定位方案。多 MEMS-IMU 组合定位方案采用在车身和车轮各安装一个传感器，或者同时在车身以及左右车轮分别安装一个传感器。车身安装的 MEMS-IMU 主要用于提供车身的俯仰角，从而补偿车轮 IMU 的安装角；车轮安装 IMU 主要用于提供载体运动速度，以保障定位系统的定位精度。测试实验结果表明，该种方案在单系统方案的定位精度基础上，进一步提升了导航精度，并提高了系统的自主导航性能与稳定性，从而验证了多 MEMS-IMU 组合定位方案的可行性。

6.2 工作展望

本文设计了一种车轮中心安装惯性传感器的组合导航方案，从而最大限度地增强了惯性传感器的自主推算能力。虽然论文结果给出了较为满意的定位精度，但是本文方案研究面向真实的应用场景仍需要进行进一步的完善与优化：

- 1、本文采用的实验平台为轮式机器人，运行速度较低（1m/s 左右），若要投入实际应用，仍然需要在复杂的路面上以不同的运动速度进行测试，并针对实测中出现的问题进行改进；

- 2、本文方法是一种稳健的递推算法，存在定位误差随时间不断累积的本质，未来仍可以结合其他的绝对定位手段，比如 GNSS，组成一个更加稳定的组合定位系统；

3、此方案同样适用于室内环境，下一步工作可以考虑结合视觉或激光雷达等具有环境感知能力的定位方法，从而构建一个能够覆盖大面积区域的稳定 SLAM 定位系统。

参考文献

- [1]. 高钟毓, 惯性导航系统技术. 2012: 清华大学出版社.
- [2]. 鲍恩波, 基于 ARM 的 GPS/SINS 组合导航系统研究, 2012, 南京理工大学.
- [3]. 赵彦雷, FH/DS 混合系统信号同步技术研究, 2010, 哈尔滨工程大学.
- [4]. 马景金, 赵金忠与李世宝, 中国卫星导航系统发展现状及应用前景展望, 2013.
- [5]. 金璐, 北斗基带信号的同步技术的研究, 2013, 郑州大学.
- [6]. Cox Jr, D.B., Integration of GPS with inertial navigation systems. *Navigation*, 1978. 25(2): p. 236-245.
- [7]. 罗强力与韩军海, 车载捷联惯导与里程计组合导航技术研究. *导航与控制*, 2014(4): 第6-11页.
- [8]. Kempe, V., *Inertial MEMS: principles and practice*. 2011: Cambridge University Press.
- [9]. Karumuri, S.R., et al., Review on break through MEMS technology. *Archives of Physics Research*, 2011. 2(4): p. 158-165.
- [10]. Geen, J.A. Progress in integrated gyroscopes. in *PLANS 2004. Position Location and Navigation Symposium (IEEE Cat. No. 04CH37556)*. 2004: IEEE.
- [11]. Aggarwal, P., *MEMS-based integrated navigation*. 2010: Artech House.
- [12]. Hanse, J.G. Honeywell MEMS inertial technology & product status. in *PLANS 2004. Position Location and Navigation Symposium (IEEE Cat. No. 04CH37556)*. 2004: IEEE.
- [13]. 秦永元, 张洪钺与汪叔华, 卡尔曼滤波与组合导航原理. 2015: 西北工业大学出版社.
- [14]. 白亮等, 里程计辅助的捷联惯导系统研究, 2013.
- [15]. 杨建业等, 捷联惯性导航系统旋转调制技术研究. *电光与控制*, 2009. 16(12): 第30-33页.
- [16]. 郑贵省, GPS/DR车载组合定位系统数据融合算法研究, 2005, 天津大学.
- [17]. Nielson, J.T., G.W. Swearingen and A.J. Witsmeier, GPS aided inertial navigation. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 1986. 1(3): p. 20-26.
- [18]. Shin, E., Accuracy improvement of low cost INS/GPS for land applications. 2001: University of Calgary.
- [19]. Shin, E., Estimation techniques for low-cost inertial navigation. UCGE report, 2005. 20219.
- [20]. Sukkariéh, S., Low cost, high integrity, aided inertial navigation systems for autonomous land vehicles. The University of Sydney, 2000.
- [21]. Godha, S., G. Lachapelle and M.E. Cannon. Integrated GPS/INS system for pedestrian navigation in a signal degraded environment. in *Ion gnss*. 2006.
- [22]. Mourikis, A.I. and S.I. Roumeliotis. A multi-state constraint Kalman filter for vision-aided inertial navigation. in *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2007: IEEE.
- [23]. 2017基于视觉的机器人室内定位算法研究与嵌入式实现_窦赫暄.
- [24]. 巫晨云, 视觉 SLAM 原理及其在室内自动勘察绘图的应用前景分析. *信息技术与信息化*, 2017(9): 第22页.
- [25]. 王京, 基于传感器数据融合的单目视觉 SLAM 方法研究, 2017, 清华大学.
- [26]. Collin, J., MEMS IMU Carouseling for Ground Vehicles. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015. 64(6): p. 2242-2251.
- [27]. 秦永元, 惯性导航. 2014: 科学出版社.
- [28]. Groves, P.D., *Principles of GNSS, inertial, and multisensor integrated navigation systems*. 2013: Artech house.
- [29]. E., S., Estimation techniques for low-cost inertial navigation. 2005.

- [30]. Savage, P.G., Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: Attitude algorithms. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 1998. 21(1): p. 19-28.
- [31]. Savage, P.G., Strapdown analytics. Vol. 2. 2000: Strapdown Associates Maple Plain, MN.
- [32]. 陈哲, 捷联惯导系统原理. 1986: 宇航出版社.
- [33]. 袁信与郑谔, 捷联式惯性导航原理. 北京: 航空专业教材编审组, 1985.
- [34]. 彭劲松, 机载激光捷联惯导优化算法研究, 2006, 西安: 西北工业大学.
- [35]. 刘江, 基于 GPS/INS 列车组合定位数据融合算法研究, 2013, 西南交通大学.
- [36]. 徐海刚, 一种高精度全自主相对导航系统研究. *弹箭与制导学报*, 2010. 30(1): 第1-3页.
- [37]. 殷燕如, 基于数据融合的高速列车组合定位系统研究, 2012, 兰州交通大学.
- [38]. 蔡伯根, 利用 GPS 和惯性传感器的融合和集成实现车辆定位. *北京交通大学学报*, 2000. 24(5): 第7-1页.
- [39]. 赵思浩, 陆明泉与冯振明, MEMS 惯性器件误差系数的 Allan 方差分析方法, 2010.
- [40]. Kalman, R.E., A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 1960. 82(1): p. 35-45.
- [41]. Brown, R.G. and P.Y. Hwang, Introduction to random signals and applied Kalman filtering. Vol. 3. 1992: Wiley New York.
- [42]. 李兵, 战兴群与湛雷, 基于 GPS/SINS/里程计的车载组合导航研究. *测控技术*, 2012(2012 年 11): 第43-47页.
- [43]. 丁文娟, 李岁芳与熊伟, 捷联惯导系统/里程计自主式车载组合导航系统研究. *计测技术*, 2006(01): 第14-16页.
- [44]. 捷联惯导_里程计组合导航方法_张小跃.
- [45]. 缪玲娟等, 陆用捷联惯导系统/里程计自主式组合导航技术. *北京理工大学学报*, 2004(09): 第808-811页.
- [46]. 郭振西, 缪玲娟与沈军, 里程计组合的捷联惯导系统运动基座对准研究. *北京理工大学学报*, 2005(01): 第67-70页.
- [47]. 严恭敏, 车载自主定位定向系统研究, 2006, 西北工业大学. 第 167页.
- [48]. 牛小骥, 旷俭与陈起金, 采用MEMS惯导的小口径管道内检测定位方案可行性研究. *传感技术学报*, 2016(01): 第40-44页.
- [49]. 郭路与康鹏, 基于信息融合和扩维 Kalman 滤波技术的系统误差估计算法研究. *现代防御技术*, 2008. 36(3): 第74-77页.
- [50]. Dissanayake, G., et al., The aiding of a low-cost strapdown inertial measurement unit using vehicle model constraints for land vehicle applications. *IEEE transactions on robotics and automation*, 2001. 17(5): p. 731-747.
- [51]. 方靖, 顾启泰与丁天怀, 车载惯性导航的动态零速修正技术, 2008.
- [52]. 付强文, 秦永元与李四海, 速度约束辅助车载捷联惯导系统零速校正算法. *系统工程与电子技术*, 2013(8): 第25页.
- [53]. 张金亮, 秦永元与梅春波, 基于 MEMS 惯性技术的鞋式个人导航系统, 2011.
- [54]. 陈天啸等, iOS 平台下惯性室内定位系统设计与实现. *计算机工程与应用*, 2014. 50(15): 第207-210页.
- [55]. 马晓龙等, 基于 MIMU 的适应多步态的步行导航算法. *导航与控制*, 2014(2): 第1-6页.

致谢

时光匆匆，三年前入校的场景尤在眼前，道再见的毕业季却如期而至。硕士生活即将结束，回顾往昔，不免感叹光阴荏苒。在毕业设计完成之际，谨对多年来给予我关心与支持的良好师友和亲人们致以最诚挚的谢意与美好的祝愿！

首先谨以最诚挚的敬意感谢我的导师刘经南院士，感谢您即使身处繁忙的工作之中，仍不忘关心我的研究工作，是您以大家的气度、深邃的思维、广阔的视野造就了我能纵享武汉大学卫星导航定位技术研究中心强大的资源。

同时还要感谢的是我的导师牛小骥教授，学术上，牛老师治学严谨，学识渊博，为惯导组这个大家庭营造了十分和谐的科研氛围，对于我们在学习上遇到的问题困难与疑惑，您总能在第一时间耐心的同我们进行探讨，为我们答疑解惑并给予鼓励，正是您严谨的治学态度，激励着我们不断进步；平日生活中，牛老师更是严以律己、宽以待人，谦逊低调，平易近人，朴实无华，您的人格魅力，令我们如沐春风，倍感温馨。您不仅是大家的导师、生活里的大家长，您更是我心目中最真实的科研工作践行者。

感谢同门师兄弟、姐妹们给予我的支持与帮助，能在惯导组这个大家庭里学习生活，是一件十分幸运的事情。感谢毛大智师兄、刘韬师兄、陈新耿、左延玉师妹在室内定位方向的学习中对我的帮助，感谢张鹏师兄为室内定位小组提供了实践的机会；感谢闫伟、唐海亮师弟，能牺牲休息时间帮助我完成室外实验、采集数据；感谢总管黄夙寒对惯导大家庭的细心管理；感谢同师门、同班级兼室友的李卓，在学习上给与我的帮助，以及生活中对于我的关心，同时也要向已经毕业的前室友安丽君、赵欣表示感谢；特别感谢李雨，对于我在惯导以及编程方面等方面繁杂琐碎的问题，总是能耐心的解答，你扎实的专业知识和乐于助人的品质，是我学习的榜样。感谢李由师兄，带领我进入“导航的世界”，投奔到惯导组大家庭的怀抱中。

特别要感谢旷俭师兄，感谢你三年来对我学习事无巨细的指导，任劳任怨不厌其烦的为我解决工作中遇到的问题，你严谨的工作态度，以及对于科研工作精益求精的追求，鞭策我成长；生活中，你也细心地给予我关心，感谢你的包容与帮助，为我的研究生生活增添一抹不一样的色彩。往后的日子，愿你一帆风顺。

最后还要感谢我的家人和朋友，你们无私的关爱与支持，让我有了今天的成绩。

幸得相遇，不胜感激。